|  |  |
| --- | --- |
| Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике2022 - 2023 учебный год | 7 класс |

**Ключи ответов**

Решение каждого задания оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Общая оценка за весь этап получается суммированием баллов по каждому из заданий. Максимальное количество баллов за муниципальный этап – 35. Альтернативные способы решения задачи, не учтенные составителями задач в рекомендациях, при условии их правильности и корректности также оцениваются в полной мере. Ниже представлена общая схема оценивания решений.

|  |  |
| --- | --- |
| **Баллы** | **Правильность (ошибочность) решения** |
| 7 | Полное верное решение. |
| 6-7 | Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение. |
| 5-6 | Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. |
| 4 | Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев. |
| 2-3 | Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. |
| 1 | Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). |
| 0 | Решение неверное, продвижения отсутствуют. |
| 0 | Решение отсутствует. |

Выставление премиальных баллов (оценка за задание более 7 баллов) на муниципальном этапе не допускается. Общая оценка за весь этап получается суммированием оценок по каждому из заданий.

 Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты.

Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

Баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов.

*1. Артем пришел на почту отправить письмо (каждое письмо весит целое число граммов, но Артем не знает их вес). Оказалось, что стоимость отправки письма определяется следующим образом. Отправка письма с весом не более 10 грамм стоит 15 руб. отправка письма с весом более 10 грамм стоит 15 руб., и дополнительно берется 1 руб. за каждый грамм веса больше 10 гр. Артем предложил сразу положить два письма на весы и заплатить 30 руб. и добавить по 1 руб. за каждый грамм сверх 20. Верно ли, что при таком способе он всегда заплатит столько же денег, как если бы он оплачивал отправку писем по отдельности?*

Ответ. Неверно

Решение. Предположим, что у Артема два письма. Одно – весом 5 г, а второе - весом 15 г. Тогда по правилам за отправку первого письма он должен заплатить 15 руб., а за отправку второго –15+5=20 руб. То есть всего 35 руб. А если положить на весы оба письма, то они вместе будут весить ровно 20 г. И по «правилам Артема» за их отправку нужно было бы заплатить 30 руб.

*2. Заметив, находящуюся в 30 метрах от себя лису, овчарка Ася бросилась в погоню. Определите, пробежав, какое расстояние, Ася сможет настигнуть лису? Учтите, что при погоне длина одного прыжка овчарки достигает 2 метра, а лисы 1 метр, и за одно и то же время при быстром беге лиса делает три прыжка, а овчарка только два.*

Ответ. 120 метров.

Решение. За единицу времени овчарка пробегает 2 ∙ 2 = 4 (м), а лиса –

3 ∙ 1= 3 (м), значит, за единицу времени Ася приближается к лисе на 1м. Расстояние в 30 м будет покрыто за 30 единиц времени, то есть, овчарка Ася пробежит 30 ∙ 4=120 (м)

*3. Медиана треугольника АВС, проведенная из вершины А, перпендикулярна биссектрисе угла В, Найдите стороны треугольника АВС, если известно, что длины сторон являются последовательными целыми числами.*

Ответ: AB =2, AC=3, BC=4.

Решение.

Пусть AD - медиана, BK – биссектриса треугольника ABC, P - точка их пересечения. Из условия следует , что в треугольнике ABD отрезок BP одновременно является биссектрисой и высотой, поэтому треугольник равнобедренный: AB = BD = $\frac{1}{2}BC.$ Но длины АВ и ВС – это два числа из трех последовательных натуральных чисел. Поэтому либо АВ=1, ВС=2, либо АВ=2, ВС=4. В обоих случаях АС=3. Но первый случай невозможен, так как в этом случае АС=АВ+ВС. Итак, существует треугольник со сторонами 2, 3 и 4.

*4. Научившись выращивать арбузы, коротышки Цветочного города стали изготавливать арбузный сироп и газированную воду с ним. На очередном собрании коротышек выступал Знайка и рассказал, что в июле жители города выпивали в среднем по 10 бочек в день, а в августе только лишь по 5 бочек в день арбузного сиропа. Подумав над этим высказыванием, невнимательный Незнайка сделал вывод, что дней в июле месяце было точно больше, чем в августе. Правильный ли вывод сделал Незнайка? (Незнайка точно не знал, сколько дней в каждом месяце).*

Ответ: Незнайка сделал не правильный вывод

Решение. Приведем пример, показывающий, что Незнайка неправ. Пусть с 1 по 30 июля коротышки выпивали 0 бочек, а 31 июля выпили 310 бочек, тогда в среднем за июль они выпили $\frac{310}{31}=10$ бочек сиропа. Пусть с 1 по 15 августа коротышки выпивали по 10 бочек, 16 августа –5 бочек, а с 17 по 31 августа – 0 бочек. Тогда среднее потребление сиропа в августе равно $\frac{15∙10+5}{31}=5$ $\frac{15∙10+5}{31}=5$.

*5. На внеурочном занятии по математике в 7 классе школьники разгадывали ребусы, знакомились с математическими софизмами, загадывали числа. Учитель сказал, что возможно он сможет угадать два самых маленьких числа из четырех загаданных различных натуральных чисел, если будет знать сумму этих наименьших чисел, и стопроцентно угадает все числа, если будет знать сумму всех четырех чисел. Когда ему назвали сумму двух самых маленьких чисел он не смог угадать эти два числа, а когда сказали, что сумма четырех чисел равна 15, он сумел назвать все четыре числа. Объясните, как рассуждал учитель, и назовите эти четыре числа.*

Ответ: загаданы числа: 2,3,4,6.

Решение. В первый раз учителю не могли назвать сумму, меньшую, чем 5, так как при названных суммах 3 или 4 он бы сразу сказал, что это суммы 1 + 2 или 1 + 3. Третье из загаданных чисел, по крайней мере, на 2 больше, чем первое (между ними есть ещё второе число). Аналогично, четвертое, по крайней мере, на 2 больше второго. Значит, если бы вначале учителю назвали сумму, не меньшую 6, то сумма третьего и четвертого чисел была бы не меньше, чем 6 + 2 + 2 = 10, а сумма всех чисел – не меньше, чем 6 + 10 = 16, что не так.

 Итак, сумма первых двух чисел равна 5, а сумма третьего и четвертого равна 15 – 5 = 10. Эта сумма не могла быть набрана как 1 + 9 или 2 + 8 (так как третье число не меньше 3). Также эта сумма не могла быть набрана, как 3 + 7, так, как если бы третье число было равно 3, то сумма первых двух чисел равнялась бы 1 + 2 = 3. Значит, третье и четвертое числа – это 4 и 6. Тогда для первого и второго остается единственный вариант с суммой 5, а именно 2 и 3.