

**Ключи ответов**

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
6-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)
5-6	Найдено решение одного из двух возможных случаев
3-4	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Максимальный балл за работу – 50.

№1

**Брусок.**

К системе, приведенной на рис. 2, прикладывают в указанном направлении внешние силы  $F_1$  и  $F_2$ , графики зависимости которых от времени даны на рис. 3 и рис. 4 соответственно.

Масса бруска  $m = 1$  кг, коэффициент трения между плоскостью и бруском  $\mu = 0,4$ , ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какое расстояние переместится брусок за 10 секунд, если изначально он покоится?

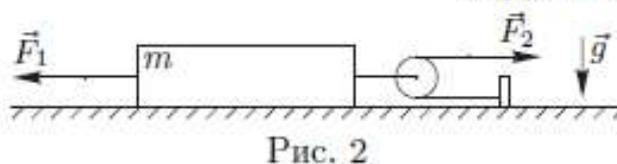


Рис. 2

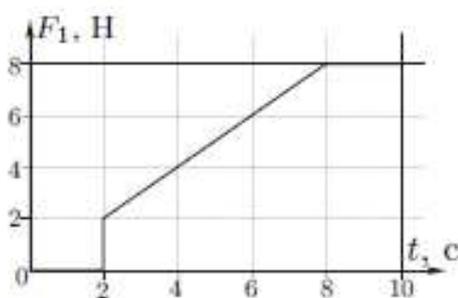


Рис. 3

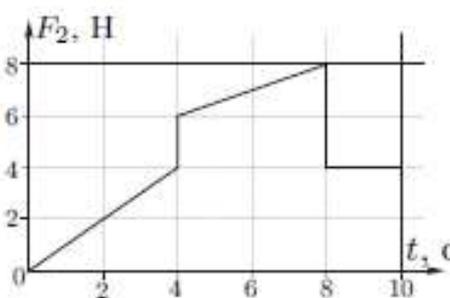


Рис. 4

**Решение:**

Заметим, что подвижный блок увеличивает силу  $F_2$  в два раза. Если направить ось  $x$  вправо, то проекция силы, действующей на брусок со стороны нитей, равна:

$$F_x = 2F_2 - F_1.$$

Построим график зависимости  $F_x$  от времени  $t$  (рис. 20).

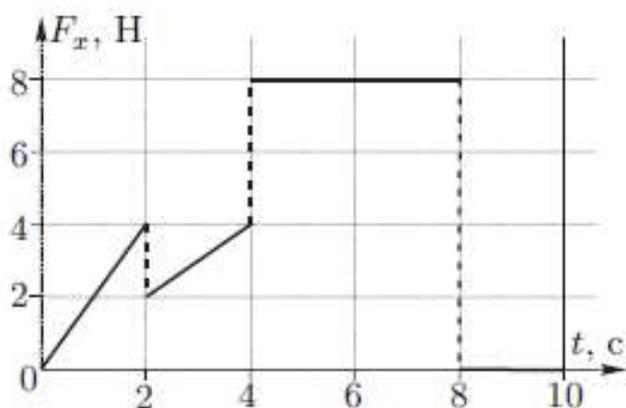


Рис. 20

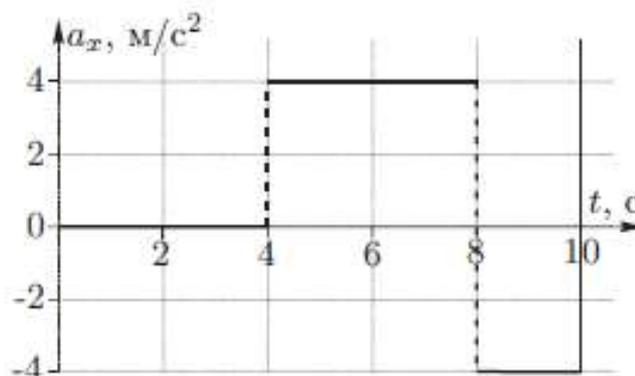


Рис. 21

Брусек сдвинется с места, когда суммированная внешняя сила превысит максимально возможную силу трения покоя, равную  $F_{mp} = \mu mg = 4$  Н.

Из графика видно (рис. 21), что движение начнется в момент времени  $t_0 = 4$  с. Брусек будет двигаться с постоянным ускорением:

$a_{x,1} = (F_x - F_{mp})/m = 4 \text{ м/с}^2$ , пока в момент времени  $t_1 = 8$  с нити не перестанут действовать на брусек. Скорость бруска в этот момент составит

$$v_{x,1} = a_{x,1}(t_1 - t_0) = 16 \text{ м/с}.$$

После  $t_1 = 8$  с брусек будет двигаться только под действием силы трения с ускорением  $a_{x,2} = -4 \text{ м/с}^2$ . При  $t_2 = 10$  с скорость равна

$$v_{x,2} = v_{x,1} + a_{x,2}(t_2 - t_1) = 8 \text{ м/с}.$$

Перемещение  $\Delta x$  бруска есть площадь под графиком  $v_x(t)$ , поэтому удобно построить график (рис. 22). За 10 с брусек сместиться на расстояние:

$$\Delta x = 1/2 \cdot 16 \cdot 4 \text{ м} + 1/2 \cdot (16 + 8) \cdot 2 \text{ м} = 56 \text{ м}.$$

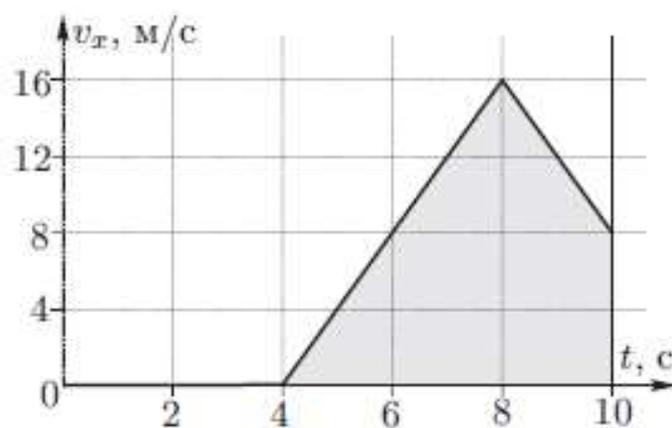


Рис. 22

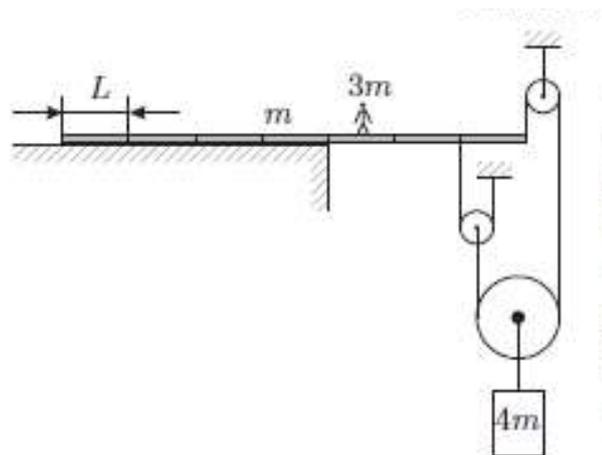
### Критерии оценки:

Учтено, подвижный блок увеличивает силу в 2 раза	1
Найдена максимально возможная сила трения покоя	1
Указано, что брусек сдвинется, когда $ F_x $ превысит $F_{mp}$	1
Найдено ускорение $a_{x,1}$	1
Найдено ускорение $a_{x,2}$	1
Описано изменение скорости в моменты времени $4 \div 8$ с	1
Описано изменение скорости в моменты времени $8 \div 10$ с	1
Найдено перемещение в моменты времени $4 \div 8$ с	1
Найдено перемещение в моменты времени $8 \div 10$ с	1
Получен ответ для перемещения	1

№ 2

**Опасная затея**

Доска массой  $m$  лежит, выступая на  $3/7$  своей длины, на краю обрыва. Длина одной седьмой части доски  $L = 1$  м. К свисающему краю доски с помощью невесомых блоков и нитей (рис. 1) прикреплен противовес, имеющий массу  $4m$ . На каком расстоянии от края обрыва на доске может стоять человек массой  $3m$ , чтобы доска оставалась горизонтальной?

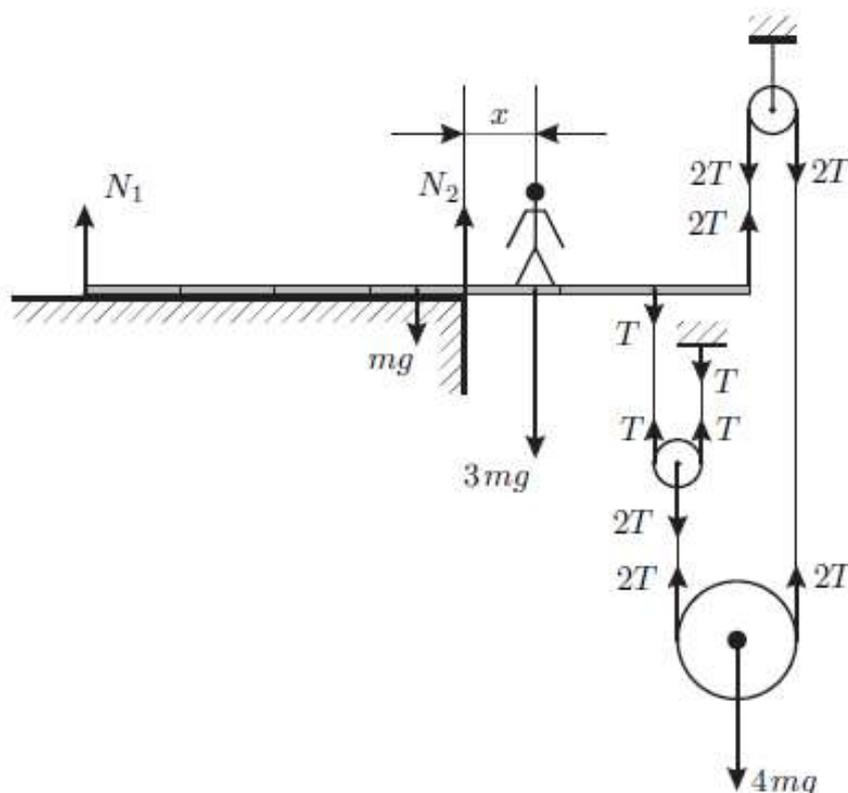


**Решение:**

Из невесомости блоков и нитей найдём связь между силами натяжения нитей (см. рис). Заметим, что равновесие может нарушиться как при опрокидывании доски относительно края обрыва, так и при подъеме правого конца вверх. Расставим силы, действующие на доску и в системе. Из условия равновесия нижнего блока  $4T = 4mg$ , или  $T = mg$ . Рассмотрим случай, когда доска опрокидывается влево (правый конец идёт вверх), тогда сила реакции опоры приложена к левому концу доки ( $N_1$  на рис.). Запишем правило моментов для сил, приложенных к левому концу доски, относительно этой точки:

$$mg \frac{7L}{2} + 3mg(4L + x_1) + T \cdot 6L = 2T \cdot 7L, \quad \text{откуда} \quad x_1 = -\frac{5L}{2} < 0,$$

То есть человек может на 2,5 м зайти от края обрыва влево.



Теперь рассмотрим случай, когда доска опрокидывается вправо (правый конец идет вниз), тогда сила реакции опоры приложена к точке, находящейся на расстоянии  $4L$  от левого конца доски ( $N_2$  на рис.). Запишем правило моментов сил, приложенных к доске, относительно этой точки:

$$mg\frac{L}{2} + 2T \cdot 3L = 3mgx_2 + T \cdot 2L, \quad \text{откуда} \quad x_2 = \frac{3L}{2} > 0,$$

то есть человек может на 1,5 м выйти вправо за край обрыва. При нахождении человека между этими крайними точками система будет в равновесии, а сила реакции опоры  $N$  будет приложена где-то между рассмотренными крайними положениями.

**Критерии оценивания:**

Указаны все силы (кроме силы реакции опоры), действующие на доску, и их точки приложения	1
Найдены силы натяжения нитей	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски поднимается	1,5
Записано правило моментов для первого случая	1,5
Найдено расстояние $x_1$	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски опускается	1,5
Записано правило моментов для второго случая	1,5
Найдено расстояние $x_2$	1

№ 3

**Эквивалентная схема**

Приведена блок-схема регулируемого источника постоянного тока (рис. 5). Идеальная батарея, обеспечивающая постоянное напряжение  $U_0$ , защищена от короткого замыкания резистором, сопротивление которого  $r$ . Выходное напряжение задается резистором сопротивлением  $R$ . К выходным разъемам А и В подключают нагрузку, сопротивление которой  $R_n$ .

Для упрощения расчета силы тока, текущего через нагрузку  $R_n$ , схему регулируемого источника принято представлять в виде эквивалентной схемы (рис. 6), обеспечивающей такую же силу тока, текущего через нагрузку, как и реальный источник (рис. 5). Выразите напряжение  $U_1$  и сопротивление  $r_1$  эквивалентной схемы через параметры ( $U_0$ ,  $R$  и  $r$ ) источника.

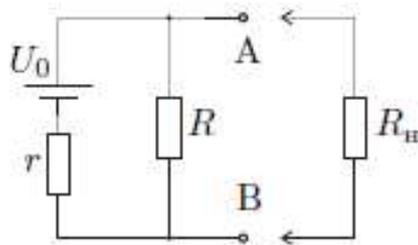


Рис. 5

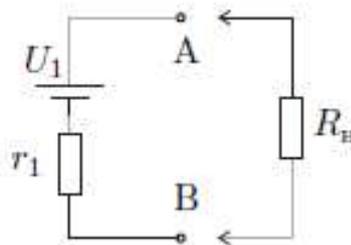


Рис. 6

**Решение:**

Первое решение

Найдём напряжение  $U_{AB}$  на разъёмах регулируемого источника в зависимости от силы тока  $I$ , текущего через нагрузку (см. рис.):

$$U_{AB} = U_0 - I_0 r = I' R.$$

Учитывая, что  $I_0 = I + I'$ , можно выразить  $I'$ :

$$U_0 - (I + I')r = I'R, \quad \text{откуда} \quad I' = \frac{U_0 - Ir}{R + r}.$$

Значит,

$$U_{AB} = I'R = U_0 \frac{R}{R + r} - I \frac{Rr}{R + r}.$$

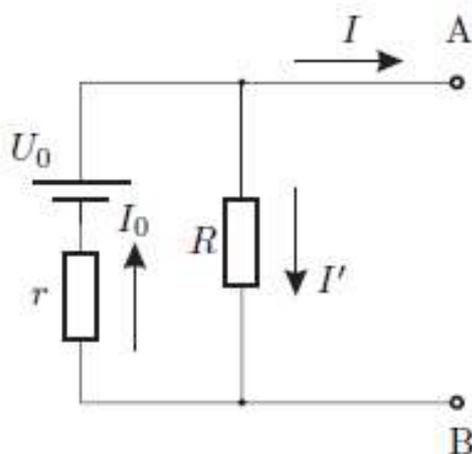


Рис. 23

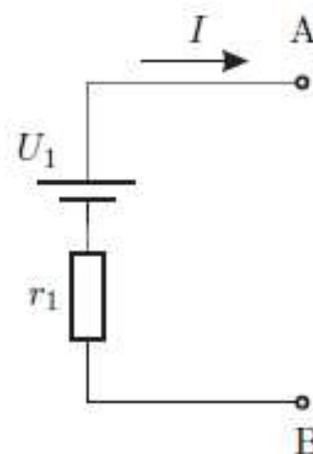


Рис. 24

Для эквивалентной схемы (рис. 24):

$$U_{AB} = U_1 - Ir_1.$$

Чтобы при любом значении  $I$  формулы (4) и (5) давали одинаковый результат, необходимо

$$U_1 = U_0 \frac{R}{R + r}, \quad r_1 = \frac{Rr}{R + r}.$$

*Примечание.* При решении этой задачи можно сравнивать не только напряжение на разъемах источника, но и силу тока через нагрузку, взяв в качестве параметра, например, сопротивление нагрузки.

Второе решение

Напряжение  $U_1$  эквивалентной схемы есть показания вольтметра, подключенного к выводам А и В. Так что по условию схемы эквивалентны, при подключении к исходной схеме вольтметр показывает то же самое:

$$U_1 = U_0 \frac{R}{R + r}.$$

При коротком замыкании между выводами А и В исходной схемы течет ток силой  $I_{к.з.} = U_0/r$ . При коротком замыкании выводов эквивалентной схемы сила тока должна быть такой же, причем ток течёт только через резистор  $r_1$ , поэтому:

$$r_1 = \frac{U_1}{I_{к.з.}} = r \cdot \frac{U_1}{U_0} = \frac{Rr}{R+r}$$

**Критерии оценивания:**

**Первое решение:**

Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для исходной схемы	3
Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для эквивалентной схемы	1
В работе присутствует идея, что при любых значениях параметра выражения (4) и (5) должны давать одинаковый результат	2
Указано, какие именно величины должны быть равными, чтобы при любых значениях параметра выражения (4) и (5) давали одинаковый результат	2
Найдено $U_1$	1
Найдено $r_1$	1

**Второе решение:**

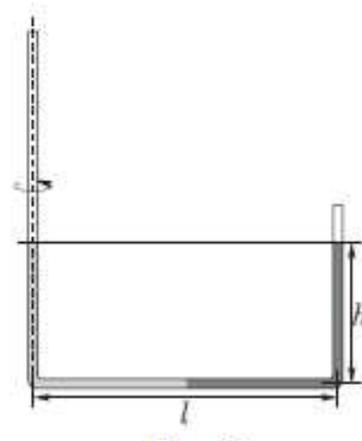
Указано, что при подключении вольтметра к разным схемам должно быть одинаковое напряжение	2
Найдено $U_1$	2
Указано, что сила тока короткого замыкания одинакова	2
Найдена сила тока КЗ для исходной схемы	1
Найдена сила тока КЗ для эквивалентной схемы	1
Найдено $r_1$	2

№ 4

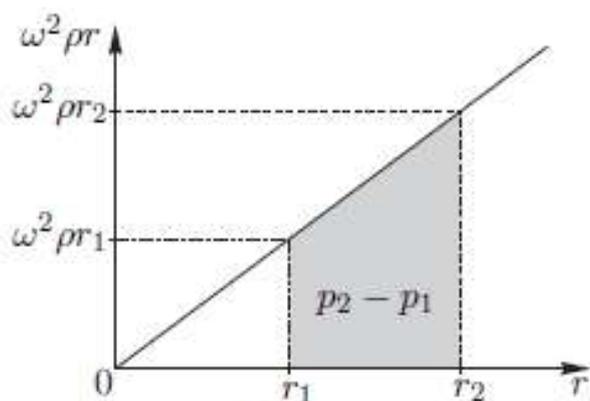
**Вода и ртуть**

В тонкой U-образной трубке постоянного сечения находится вода и ртуть одинаковых объемов. Длина горизонтальной части трубки  $l = 40$  см. Трубку раскрутили вокруг колена с водой (см. рис), и оказалось, что уровни жидкостей в трубке одинаковы и равны  $h = 25$  см. Пренебрегая эффектом смачивания, определите период  $T$  вращения трубки.

Справочные данные: ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>; плотность воды и ртути равны  $\rho_в = 1,0$  г/см<sup>3</sup>  $\rho_р = 13,5$  г/см<sup>3</sup> соответственно.



**Решение:**



Найдём изменение давления в горизонтальной части трубки. Для этого запишем уравнение движения малого элемента жидкости длиной  $\Delta r$ , находящегося на расстоянии  $r$  от оси вращения:

$$a_{\text{ц}}\rho S\Delta r = \omega^2 r\rho S\Delta r = S\Delta p,$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения трубки,  $\Delta p$  – перепад давления на концах малого элемента жидкости длиной  $\Delta r$ . При вычислении разности давлений на концах горизонтального участка трубки (заштрихованная площадь под графиком (см. рис.))

получим:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho (r_2 - r_1) \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} = \omega^2 \rho \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}.$$

Перепад давлений между правым и левым коленом равен сумме перепадов давлений в горизонтальной части трубки, заполненной водой и ртутью:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho_{\text{в}} \frac{(l/2)^2 - 0}{2} + \omega^2 \rho_{\text{р}} \frac{l^2 - (l/2)^2}{2} = (3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}) \frac{\omega^2 l^2}{8}.$$

Этот перепад давлений и поддерживает разность давлений вертикальных столбов воды и ртути:

$$(3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}) \frac{\omega^2 l^2}{8} = \rho_{\text{р}} g h - \rho_{\text{в}} g h,$$

откуда  $\omega = \sqrt{\frac{8gh}{l^2} \cdot \frac{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}}$ . Период вращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}} \cdot \sqrt{\frac{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}} \approx 1,0 \text{ с.}$$

### Критерии оценивания:

Найден перепад давлений на концах малого элемента жидкости $\Delta r$	2
Указано, как найти разность давлений на горизонтальном участке (график или интегрирование)	1
Найдена разность давлений на горизонтальном участке (7)	1
Посчитан перепад давлений для ртути в горизонтальном участке (8)	1
Посчитан перепад давлений для воды в горизонтальном участке (8)	1
Записано выражение (9)	2
Получен ответ для периода в общем виде	1
Получен численный ответ для периода	1

### Металлические шайбы.

Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре  $19^{\circ}\text{C}$ . В этот сосуд быстро, но аккуратно опустили шайбу, изготовленную из металла плотностью  $2700 \text{ кг/м}^3$ , нагретую до температуры  $99^{\circ}\text{C}$ , и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде стала равна  $32,2^{\circ}\text{C}$ . Затем в точно такой же сосуд, наполненный до краев водой при температуре  $19^{\circ}\text{C}$ , опустили уже две шайбы, нагретые до температуры  $99^{\circ}\text{C}$ , и закрыли крышкой. В этом случае после установления теплового равновесия в сосуде температура воды стала  $48,8^{\circ}\text{C}$ . Чему равна удельная теплоемкость металла, из которого изготовлены шайбы? Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , удельная теплоемкость воды  $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$ .

#### Решение:

$$t_0 = 19^{\circ}\text{C}, t_d = 99^{\circ}\text{C}, t_x = 32,2^{\circ}\text{C}, t_y = 48,8^{\circ}\text{C}, \rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3, \rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3, c_0 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}.$$

Пусть объем сосуда равен  $V_0$ , а объем детали, соответственно,  $V_1$ .

Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$\begin{aligned}c_1 \rho_1 V_1 (t_d - t_x) &= c_0 \rho_0 (V_0 - V_1) (t_x - t_0), \\c_1 \rho_1 \cdot 2V_1 (t_d - t_y) &= c_0 \rho_0 (V_0 - 2V_1) (t_y - t_0).\end{aligned}$$

Преобразуем эти выражения:

$$\begin{aligned}c_1 \rho_1 V_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 V_1 &= c_0 V_0 \rho_0, \\c_1 \rho_1 (2V_1) \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + c_0 \rho_0 (2V_1) &= c_0 V_0 \rho_0.\end{aligned}$$

Из равенства правых частей уравнений следует равенство левых частей, на объем  $V_1$  можно сократить:

$$c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 = 2c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + 2c_0 \rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0 \frac{\rho_0}{\rho_1} \frac{1}{\left( \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} - 2 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} \right)} = 919,642 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)} \approx 920 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}.$$

#### Критерии оценивания:

Записано уравнение теплового баланса (5)	3
Записано уравнение теплового баланса (6)	3
Получено выражение для теплоёмкости $c_1$	3
Получен числовой ответ	1