

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
6-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)
5-6	Найдено решение одного из двух возможных случаев
3-4	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Максимальный балл за работу – 50.

№1

Брусок.

К системе, приведенной на рис. 2, прикладывают в указанном направлении внешние силы F_1 и F_2 , графики зависимости которых от времени даны на рис. 3 и рис. 4 соответственно.

Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения между плоскостью и бруском $\mu = 0,4$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какое расстояние переместится брусок за 10 секунд, если изначально он покоится?

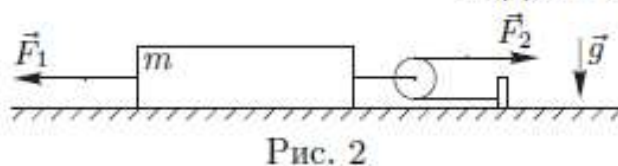


Рис. 2

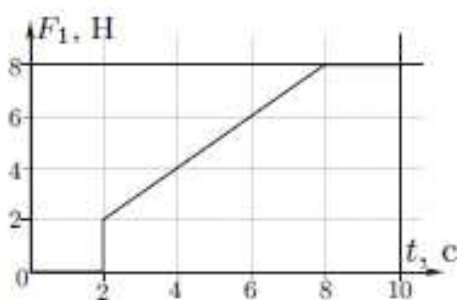


Рис. 3

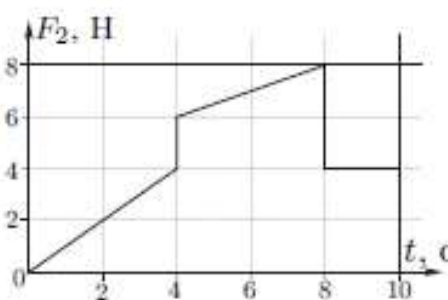


Рис. 4

Решение:

Заметим, что подвижный блок увеличивает силу F_2 в два раза. Если направить ось x вправо, то проекция силы, действующей на брусок со стороны нитей, равна:

$$F_x = 2F_2 - F_1.$$

Построим график зависимости F_x от времени t (рис. 20).

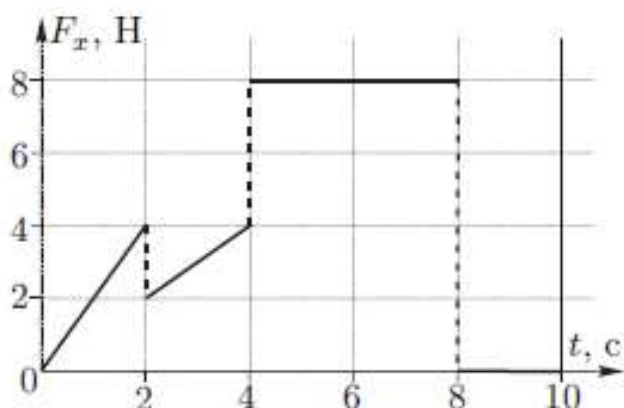


Рис. 20

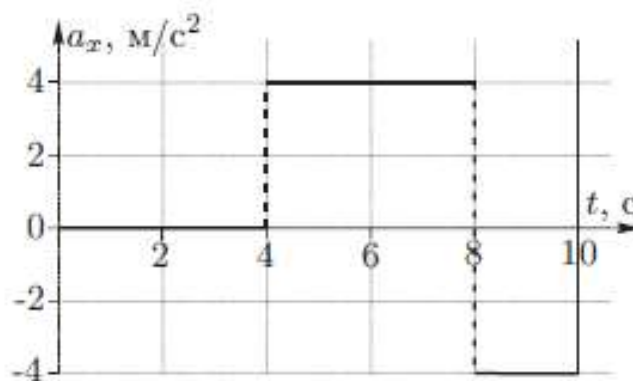


Рис. 21

Брусек сдвинется с места, когда суммированная внешняя сила превысит максимально возможную силу трения покоя, равную $F_{mp} = \mu mg = 4$ Н.

Из графика видно (рис. 21), что движение начнется в момент времени $t_0 = 4$ с. Брусек будет двигаться с постоянным ускорением:

$a_{x,1} = (F_x - F_{mp})/m = 4 \text{ м/с}^2$, пока в момент времени $t_1 = 8$ с нити не перестанут действовать на брусек. Скорость бруска в этот момент составит

$$v_{x,1} = a_{x,1}(t_1 - t_0) = 16 \text{ м/с}.$$

После $t_1 = 8$ с брусек будет двигаться только под действием силы трения с ускорением $a_{x,2} = -4 \text{ м/с}^2$. При $t_2 = 10$ с скорость равна

$$v_{x,2} = v_{x,1} + a_{x,2}(t_2 - t_1) = 8 \text{ м/с}.$$

Перемещение Δx бруска есть площадь под графиком $v_x(t)$, поэтому удобно построить график (рис. 22). За 10 с брусек сместиться на расстояние:

$$\Delta x = 1/2 \cdot 16 \cdot 4 \text{ м} + 1/2 \cdot (16 + 8) \cdot 2 \text{ м} = 56 \text{ м}.$$

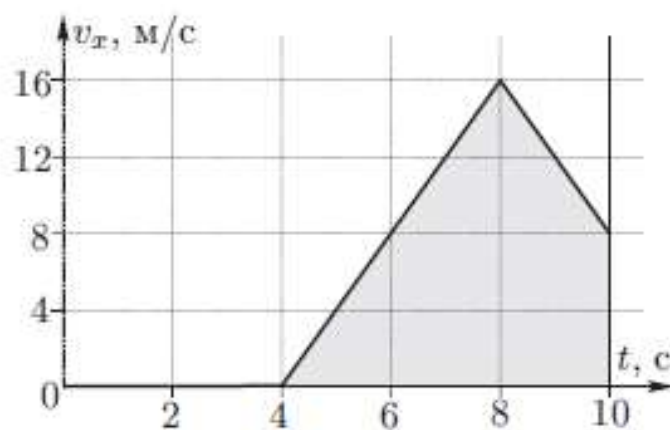


Рис. 22

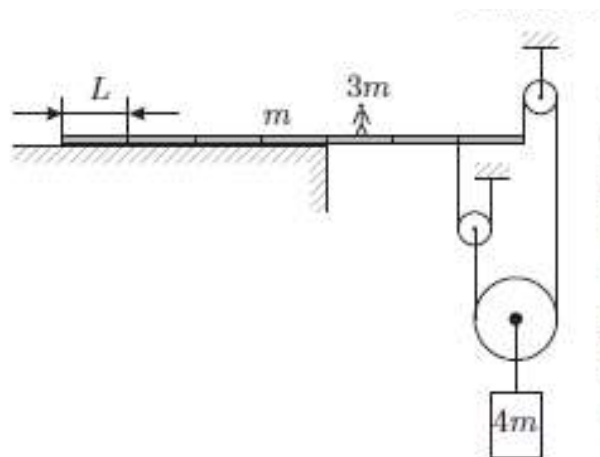
Критерии оценки:

Учтено, подвижный блок увеличивает силу в 2 раза	1
Найдена максимально возможная сила трения покоя	1
Указано, что брусек сдвинется, когда $ F_x $ превысит F_{mp}	1
Найдено ускорение $a_{x,1}$	1
Найдено ускорение $a_{x,2}$	1
Описано изменение скорости в моменты времени $4 \div 8$ с	1
Описано изменение скорости в моменты времени $8 \div 10$ с	1
Найдено перемещение в моменты времени $4 \div 8$ с	1
Найдено перемещение в моменты времени $8 \div 10$ с	1
Получен ответ для перемещения	1

№ 2

Опасная затея

Доска массой m лежит, выступая на $3/7$ своей длины, на краю обрыва. Длина одной седьмой части доски $L = 1$ м. К свисающему краю доски с помощью невесомых блоков и нитей (рис. 1) прикреплен противовес, имеющий массу $4m$. На каком расстоянии от края обрыва на доске может стоять человек массой $3m$, чтобы доска оставалась горизонтальной?

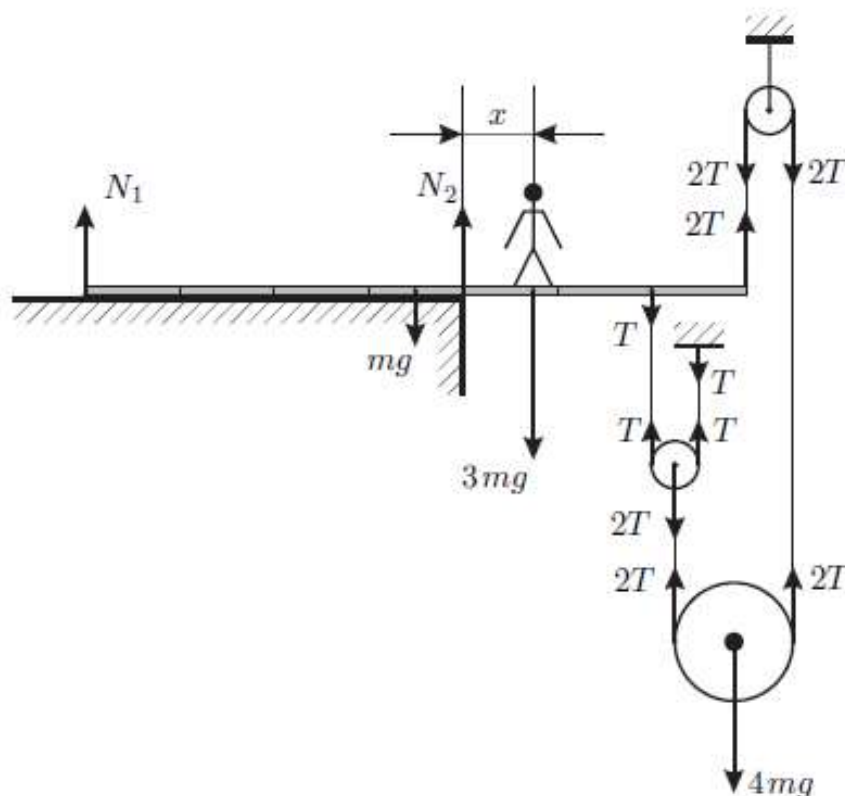


Решение:

Из невесомости блоков и нитей найдём связь между силами натяжения нитей (см. рис). Заметим, что равновесие может нарушиться как при опрокидывании доски относительно края обрыва, так и при подъеме правого конца вверх. Расставим силы, действующие на доску и в системе. Из условия равновесия нижнего блока $4T = 4mg$, или $T = mg$. Рассмотрим случай, когда доска опрокидывается влево (правый конец идёт вверх), тогда сила реакции опоры приложена к левому концу доки (N_1 на рис.). Запишем правило моментов для сил, приложенных к левому концу доски, относительно этой точки:

$$mg \frac{7L}{2} + 3mg(4L + x_1) + T \cdot 6L = 2T \cdot 7L, \quad \text{откуда} \quad x_1 = -\frac{5L}{2} < 0,$$

То есть человек может на 2,5 м зайти от края обрыва влево.



Теперь рассмотрим случай, когда доска опрокидывается вправо (правый конец идет вниз), тогда сила реакции опоры приложена к точке, находящейся на расстоянии $4L$ от левого конца доски (N_2 на рис.). Запишем правило моментов сил, приложенных к доске, относительно этой точки:

$$mg \frac{L}{2} + 2T \cdot 3L = 3mgx_2 + T \cdot 2L, \quad \text{откуда} \quad x_2 = \frac{3L}{2} > 0,$$

то есть человек может на 1,5 м выйти вправо за край обрыва. При нахождении человека между этими крайними точками система будет в равновесии, а сила реакции опоры N будет приложена где-то между рассмотренными крайними положениями.

Критерии оценивания:

Указаны все силы (кроме силы реакции опоры), действующие на доску, и их точки приложения	1
Найдены силы натяжения нитей	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски поднимается	1,5
Записано правило моментов для первого случая	1,5
Найдено расстояние x_1	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски опускается	1,5
Записано правило моментов для второго случая	1,5
Найдено расстояние x_2	1

№ 3

Эквивалентная схема

Приведена блок-схема регулируемого источника постоянного тока (рис. 5). Идеальная батарея, обеспечивающая постоянное напряжение U_0 , защищена от короткого замыкания резистором, сопротивление которого r . Выходное напряжение задается резистором сопротивлением R . К выходным разъемам А и В подключают нагрузку, сопротивление которой R_n .

Для упрощения расчета силы тока, текущего через нагрузку R_n , схему регулируемого источника принято представлять в виде эквивалентной схемы (рис. 6), обеспечивающей такую же силу тока, текущего через нагрузку, как и реальный источник (рис. 5). Выразите напряжение U_1 и сопротивление r_1 эквивалентной схемы через параметры (U_0 , R и r) источника.

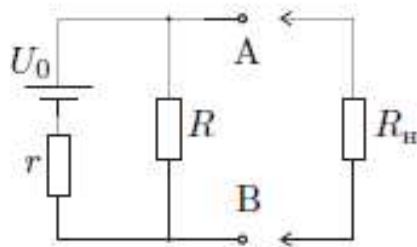


Рис. 5

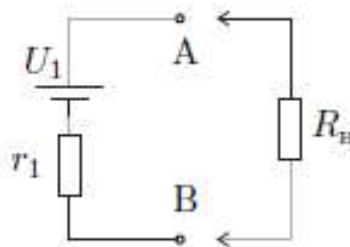


Рис. 6

Решение:

Первое решение

Найдём напряжение U_{AB} на разъёмах регулируемого источника в зависимости от силы тока I , текущего через нагрузку (см. рис.):

$$U_{AB} = U_0 - I_0 r = I' R.$$

Учитывая, что $I_0 = I + I'$, можно выразить I' :

$$U_0 - (I + I')r = I'R, \quad \text{откуда} \quad I' = \frac{U_0 - Ir}{R + r}.$$

Значит,

$$U_{AB} = I'R = U_0 \frac{R}{R + r} - I \frac{Rr}{R + r}.$$

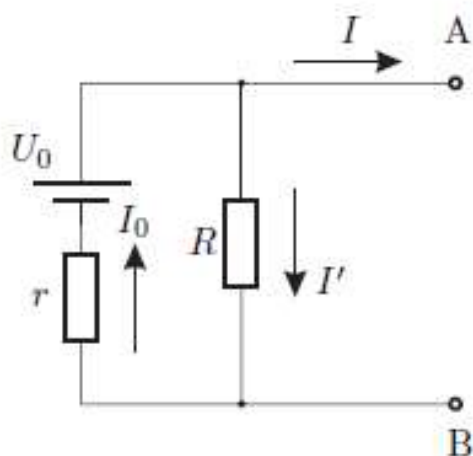


Рис. 23

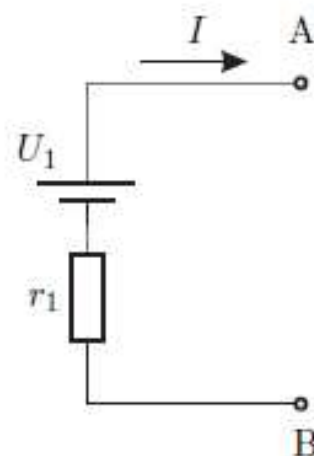


Рис. 24

Для эквивалентной схемы (рис. 24):

$$U_{AB} = U_1 - Ir_1.$$

Чтобы при любом значении I формулы (4) и (5) давали одинаковый результат, необходимо

$$U_1 = U_0 \frac{R}{R + r}, \quad r_1 = \frac{Rr}{R + r}.$$

Примечание. При решении этой задачи можно сравнивать не только напряжение на разъемах источника, но и силу тока через нагрузку, взяв в качестве параметра, например, сопротивление нагрузки.

Второе решение

Напряжение U_1 эквивалентной схемы есть показания вольтметра, подключенного к выводам А и В. Так что по условию схемы эквивалентны, при подключении к исходной схеме вольтметр показывает то же самое:

$$U_1 = U_0 \frac{R}{R + r}.$$

При коротком замыкании между выводами А и В исходной схемы течет ток силой $I_{к.з.} = U_0/r$. При коротком замыкании выводов эквивалентной схемы сила тока должна быть такой же, причем ток течёт только через резистор r_1 , поэтому:

$$r_1 = \frac{U_1}{I_{к.з.}} = r \cdot \frac{U_1}{U_0} = \frac{Rr}{R+r}$$

Критерии оценивания:

Первое решение:

Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для исходной схемы	3
Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для эквивалентной схемы	1
В работе присутствует идея, что при любых значениях параметра выражения (4) и (5) должны давать одинаковый результат	2
Указано, какие именно величины должны быть равными, чтобы при любых значениях параметра выражения (4) и (5) давали одинаковый результат	2
Найдено U_1	1
Найдено r_1	1

Второе решение:

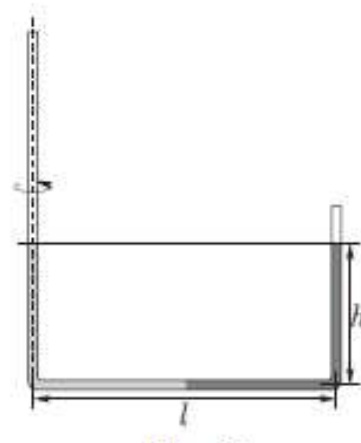
Указано, что при подключении вольтметра к разным схемам должно быть одинаковое напряжение	2
Найдено U_1	2
Указано, что сила тока короткого замыкания одинакова	2
Найдена сила тока КЗ для исходной схемы	1
Найдена сила тока КЗ для эквивалентной схемы	1
Найдено r_1	2

№ 4

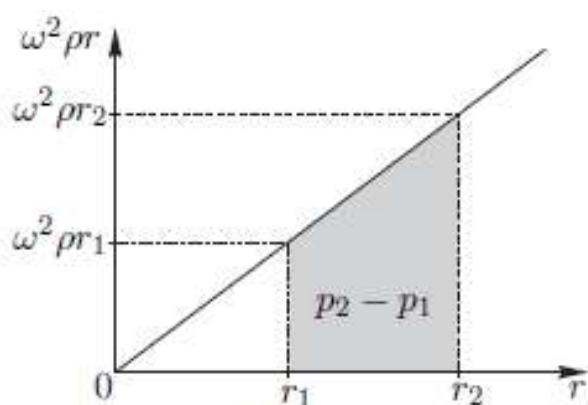
Вода и ртуть

В тонкой U-образной трубке постоянного сечения находится вода и ртуть одинаковых объемов. Длина горизонтальной части трубки $l = 40$ см. Трубку раскрутили вокруг колена с водой (см. рис), и оказалось, что уровни жидкостей в трубке одинаковы и равны $h = 25$ см. Пренебрегая эффектом смачивания, определите период T вращения трубки.

Справочные данные: ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с²; плотность воды и ртути равны $\rho_w = 1,0$ г/см³ $\rho_p = 13,5$ г/см³ соответственно.



Решение:



Найдём изменение давления в горизонтальной части трубки. Для этого запишем уравнение движения малого элемента жидкости длиной Δr , находящегося на расстоянии r от оси вращения:

$$a_{\text{ц}}\rho S\Delta r = \omega^2 r\rho S\Delta r = S\Delta p,$$

где ω – угловая скорость вращения трубки, Δp – перепад давления на концах малого элемента жидкости длиной Δr . При вычислении разности давлений на концах горизонтального участка трубки (заштрихованная площадь под графиком (см. рис.))

получим:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho (r_2 - r_1) \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} = \omega^2 \rho \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}.$$

Перепад давлений между правым и левым коленом равен сумме перепадов давлений в горизонтальной части трубки, заполненной водой и ртутью:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho_{\text{в}} \frac{(l/2)^2 - 0}{2} + \omega^2 \rho_{\text{р}} \frac{l^2 - (l/2)^2}{2} = (3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}) \frac{\omega^2 l^2}{8}.$$

Этот перепад давлений и поддерживает разность давлений вертикальных столбов воды и ртути:

$$(3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}) \frac{\omega^2 l^2}{8} = \rho_{\text{р}} g h - \rho_{\text{в}} g h,$$

откуда $\omega = \sqrt{\frac{8gh}{l^2} \cdot \frac{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}}$. Период вращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}} \cdot \sqrt{\frac{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}} \approx 1,0 \text{ с.}$$

Критерии оценивания:

Найден перепад давлений на концах малого элемента жидкости Δr	2
Указано, как найти разность давлений на горизонтальном участке (график или интегрирование)	1
Найдена разность давлений на горизонтальном участке (7)	1
Посчитан перепад давлений для ртути в горизонтальном участке (8)	1
Посчитан перепад давлений для воды в горизонтальном участке (8)	1
Записано выражение (9)	2
Получен ответ для периода в общем виде	1
Получен численный ответ для периода	1

Металлические шайбы.

Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре 19°C . В этот сосуд быстро, но аккуратно опустили шайбу, изготовленную из металла плотностью 2700 кг/м^3 , нагретую до температуры 99°C , и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде стала равна $32,2^{\circ}\text{C}$. Затем в точно такой же сосуд, наполненный до краев водой при температуре 19°C , опустили уже две шайбы, нагретые до температуры 99°C , и закрыли крышкой. В этом случае после установления теплового равновесия в сосуде температура воды стала $48,8^{\circ}\text{C}$. Чему равна удельная теплоемкость металла, из которого изготовлены шайбы? Плотность воды 1000 кг/м^3 , удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$.

Решение:

$t_0 = 19^{\circ}\text{C}$, $t_d = 99^{\circ}\text{C}$, $t_x = 32,2^{\circ}\text{C}$, $t_y = 48,8^{\circ}\text{C}$, $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$, $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$.

Пусть объем сосуда равен V_0 , а объем детали, соответственно, V_1 .

Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1 \rho_1 V_1 (t_d - t_x) = c_0 \rho_0 (V_0 - V_1) (t_x - t_0),$$

$$c_1 \rho_1 \cdot 2V_1 (t_d - t_y) = c_0 \rho_0 (V_0 - 2V_1) (t_y - t_0).$$

Преобразуем эти выражения:

$$c_1 \rho_1 V_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 V_1 = c_0 V_0 \rho_0,$$

$$c_1 \rho_1 (2V_1) \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + c_0 \rho_0 (2V_1) = c_0 V_0 \rho_0.$$

Из равенства правых частей уравнений следует равенство левых частей, на объем V_1 можно сократить:

$$c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 = 2c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + 2c_0 \rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0 \frac{\rho_0}{\rho_1} \frac{1}{\left(\frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} - 2 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} \right)} = 919,642 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)} \approx 920 \text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}.$$

Критерии оценивания:

Записано уравнение теплового баланса (5)	3
Записано уравнение теплового баланса (6)	3
Получено выражение для теплоёмкости c_1	3
Получен числовой ответ	1