Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
5-6	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
3-4	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
1-2	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за работу – 50.

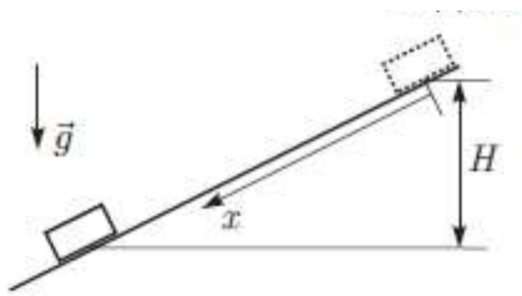
№ 1

Груз на наклонной плоскости.

Небольшой груз соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между грузом и плоскостью меняется по закону:

$$\mu(x) = \alpha x,$$

где x – расстояние вдоль плоскости от начального положения груза. Опустившись на высоту H по вертикали (рис. 1), груз останавливается. Найдите максимальную скорость груза в процессе движения.



Решение:

Если груз находится в точке x, то проекция равнодействующей силы на ось x равна:

$$F_x = mg\sin\varphi - \alpha x mg\cos\varphi,$$

где φ – угол наклона плоскости. Скорость будет максимальной, когда $F_x = 0$. В этот момент координата груза равна $x_o = (\mathrm{tg}\,\varphi)/\alpha$.

При перемещении груза на расстояние L сила трения линейно возрастает от нуля до некоторого максимального значения $\alpha L\cdot mg\cdot\cos\varphi$. Тогда модуль работы силы трения можно найти как произведение силы $(\alpha L\cdot mg\cdot\cos\varphi)/2$ на пройденный путь L.

Потенциальная энергия груза идёт на работу силы трения:

$$mgH = \frac{\alpha L^2 mg\cos\varphi}{2} = \frac{\alpha H^2 mg\cos\varphi}{2\sin^2\varphi} = \frac{\alpha H^2 mg}{2\sin\varphi}\frac{\alpha}{\mathrm{tg}\,\varphi} = mg\frac{H^2}{2x_0\sin\varphi}.$$

Откуда получаем, что $x_o = H/(2\sin\varphi)$.

Запишем закон сохранения энергии при перемещении из точки $x = 0$ в точку $x = x_o$:

$$\frac{mgH}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot mgx_0 \sin\varphi = \frac{mv^2}{2} + \frac{mgH}{4}.$$

Откуда:

$$v = \sqrt{\frac{gH}{2}}.$$

Альтернативное решение:

Построим график (рис. 28) проекции равнодействующей силы на ось X от перемещения x. Работа равнодействующей силы равна нулю, так как кинетическая энергия в конце и в начале одинакова и равна нулю. Из этого следует, что работа по разгону тела (соответствует площади треугольника над осью x) равна по модулю работе по торможению тела (площадь треугольника под осью x). Эти треугольники равны, поэтому график пересекает ось x в точке $L/2$. Работа равнодействующей силы по разгону тела (верхний треугольник) равна изменению кинетической энергии $mv^2/2$. Площадь верхнего треугольника есть половина площади прямоугольника. Площадь прямоугольника численно равна работе силы тяжести пери опускании груза на $H/2$. Отсюда получаем равенство $mv^2/2 = mg\,H/4$, из которого получается ответ.

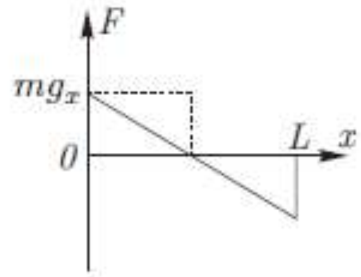


Рис. 28

Критерии оценки:

Указано, что скорость максимальна, когда равнодействующая сила равна нулю	2
Указано как найти работу силы при её линейном изменении	2
Получено, что скорость максимальна, когда тело прошло половину пути	2
Записан закон сохранения энергии при перемещении тела из точки $x = 0$ в точку $x = x_o$	2
Получен ответ	2

№ 2

Работа в цикле

Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Цикл состоит из изобарного расширения (1, 2), адиабатического расширения (2,3) и изотермического сжатия (3, 1). Модуль работы при изотермическом сжатии равен A_{31}. Определите, чему может быть равна работа газа при адиабатическом расширении A_{23}, если у указанного цикла КПД $\eta \le 40\%$?

Решение:

В данном цикле теплота подводится на участке (1,2), отводится на (3, 1). Тогда КПД равен:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12}}.$$

Поскольку на изотерме изменение внутренней энергии равно нулю, то $Q_{31} = A_{31}$. Получим выражение для Q_{12}:

$$Q_{12} = \frac{Q_{31}}{1-\eta} = \frac{A_{31}}{1-\eta}.$$

Воспользуемся первым началом термодинамики и тем, что газ идеальный и одноатомный:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p\Delta V_{12} + \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12} = \frac{5}{3}\Delta U_{12}.$$

Процесс (2, 3) адиабатический (теплота не подводится, работа совершается за счёт уменьшения внутренней энергии), и изменение внутренней энергии в цикле равно нулю, поэтому:

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = \Delta U_{12} + \Delta U_{31} = \Delta U_{12} + 0 = \Delta U_{12}.$$

Выражаем работу при адиабатическом расширении A_{23} через работу на изотерме A_{31} и КПД η:

$$A_{23} = \Delta U_{12} = \frac{3}{5}Q_{12} = \frac{3}{5(1-\eta)}A_{31}. \qquad (12)$$

КПД принимает значения $\eta \in (0; 0{,}4)$, поэтому работа при адиабатическом расширении A_{23} принимает значения:

$$\frac{3}{5}A_{31} < A_{23} \leqslant A_{31}.$$

Критерии оценки:

Определены участки, где подводится и отводится теплота, записано выражение для КПД	2
Из уравнения состояния идеального газа получено выражение для изобарного процесса $p\Delta V_{12} = \nu R\Delta T_{12}$	2
Указано, что работа на изобаре $A_{12} = p\Delta V_{12}$, изменение внутренней энергии одноатомного газа $\Delta U_{12} = 3/2 \cdot \nu R\,\Delta T_{12}$	1
Получено выражение (12)	3
Проведён анализ выражения (12) и получен ответ	2

№ 3

Чёрный ящик

Одиннадцатиклассник Максим предложил десятикласснику Илье определить схему электрического «черного» ящика с двумя выводами. В ящике находятся два одинаковых диода и два разных резистора. Вольтамперная характеристика «черного» ящика приведена на рис. 10, вольтамперная характеристика диода – на рис. 11.

Восстановите схему «черного» ящика и определите сопротивление каждого из резисторов.

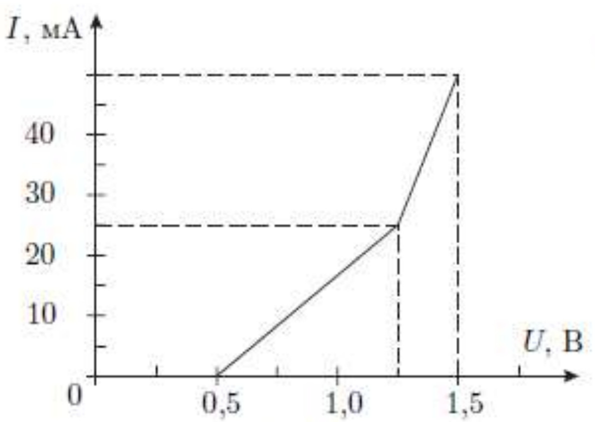


Рис. 10

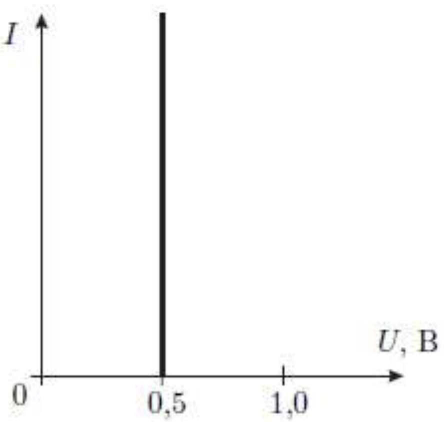


Рис. 11

Решение:
«черный» ящик – ЧЯ; Вольтамперная характеристика – ВАХ.

Поскольку на ВАХ присутствуют два излома, то в цепи два диода включены последовательно. Так как ток через ЧЯ начинает течь при достижении напряжения 0,5 В, следует считать, что к одному из диодов параллельно не подключены резисторы. Для удобства дальнейшего анализа перерисуем ВАХ ЧЯ, исключив из неё участок с одиночным диодом. Получим характеристику, изображенную на рис. 29. Так как теперь ВАХ содержит излом, а сила тока линейно зависит от напряжения, мы можем сделать вывод, что в цепи есть резистор, включенный параллельно диоду (схема на рис. 30) или диоду с последовательно соединенным с ним резистором (схема на рис. 31).

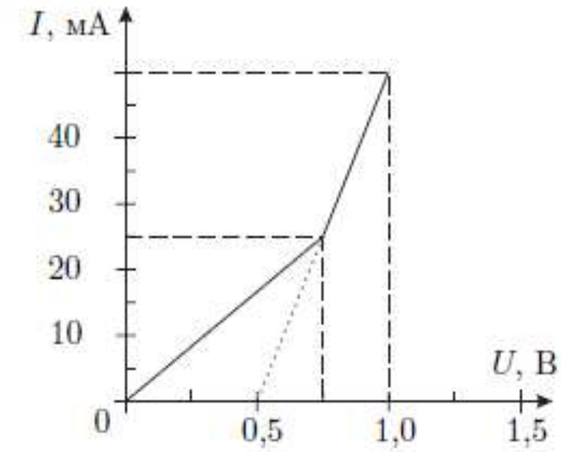


Рис. 29

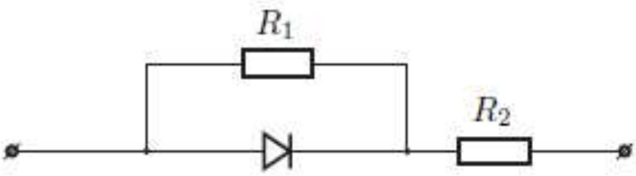


Рис. 30

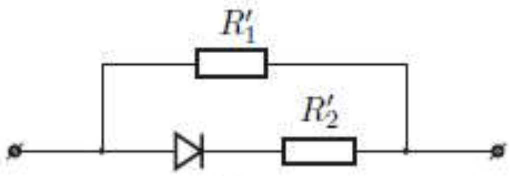


Рис. 31

Вторая схема не соответствует фрагменту цепи ЧЯ, так излом ВАХ происходит при напряжении большем, чем напряжение открытия U_0 =0,5 В. Таки образом, остается проанализировать первую схему.

Пока диод закрыт, сила тока в цепи пропорциональна напряжению, а коэффициент пропорциональности найдем, взяв напряжение и силу тока для точки излома ВАХ:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = (750 \text{ мВ}/25 \text{ мА}) = 30 \text{ Ом}.$$

В момент открытия диода напряжение на нём, а значит и на резисторе R_1, будет равно U_0 =0,5 В. Значит:

$$R_1 = (500 \text{ мВ}/25 \text{ мА}) = 20 \text{ Ом}.$$

Сопротивление резистора $R_2 = R_{1,2} - R_2$ =10 Ом. Изобразим цепь ЧЯ и укажем на ней значения сопротивлений резисторов (рис. 32):

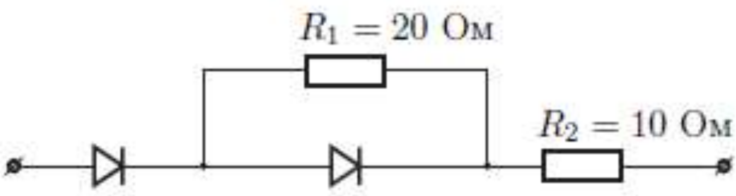


Рис. 32

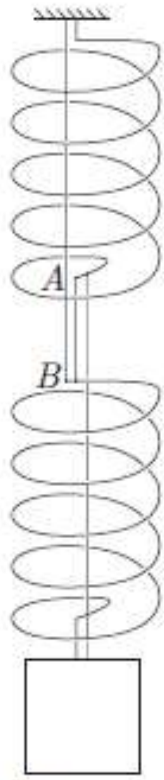
Критерии оценки:

Сделан вывод о том, что один из диодов подключен последовательно к остальной цепи	2
Показано, что схема 1 – единственно возможная	3
Найдено суммарное сопротивление $R_{1,2}$	2
Найдено сопротивление R_1	2
Найдено сопротивление R_2	1

№ 4

Две пружины

А двух одинаковых пружинах, соединённых нитью *AB*, висит груз массы *100г*. Жесткость каждой пружины *50 Н/м*. Между витками пружины протянули ещё две нити: одни прикрепили к потолку и к верхнему концу *B* нижней пружины, а вторую – к грузу и нижнему концу *A* верхней пружины (см. рис.). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить *AB* перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.



Решение:

В начальный момент времени (до перерезания нити *AB*) кинетическая энергия системы была равна нулю. После того, как нить *AB* перерезали, и колебания прекратились, кинетическая энергия вновь оказалась равной нулю. Потенциальная же энергия, связанная с деформацией пружин и с взаимодействием груза с Землёй, изменилась. Потенциальная энергия двух пружин, каждая из которых растянута силой mg на величину $\Delta x_1 = \dfrac{mg}{k}$, равна

$$E_{\text{п},1} = 2 \cdot \frac{k\Delta x_1^2}{2} = \frac{(mg)^2}{k}.$$

После перерезания нити *AB*, пружины оказались соединёнными параллельно. Груз приподнялся. Теперь каждая из пружин растянута на вдвое меньшую длину:

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{2k}.$$

Потенциальная энергия пружин после перерезания нити:

$$E_{\text{п},2} = 2 \cdot \frac{k\Delta x_2^2}{2} = \frac{(mg)^2}{4k}.$$

После перерезания нити груз поднимется на высоту:

$$\Delta h = \Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{mg}{2k}.$$

Изменение потенциальной энергии груза в поле тяжести равно:

$$\Delta E_{\text{т}} = mg\Delta h = \frac{(mg)^2}{2k}.$$

В итоге потенциальная энергия изменится на:

$$\Delta E = E_{\text{п},2} - E_{\text{п},1} + \Delta E_{\text{т}} = -\frac{(mg)^2}{4k}.$$

ΔE = - 0,005 Дж.

Знак «минус» говорит о том, что потенциальная энергия уменьшится.

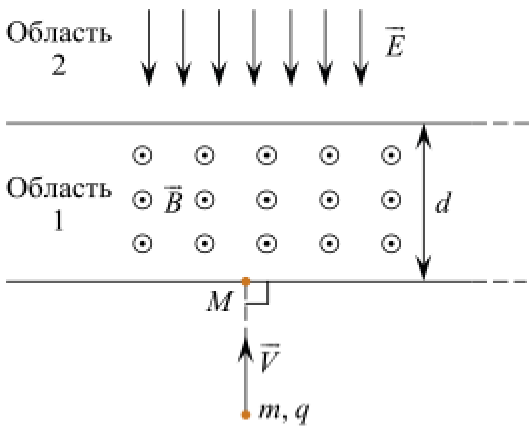
Критерии оценки:

Найдено растяжение каждой пружины вначале	1
Найдена начальная потенциальная энергия пружин	1
Найдено конечное растяжение каждой пружины	2
Найдена конечная потенциальная энергия пружин	1
Найдена высота подъема груза	2
Записано изменение потенциальной энергии груза в поле тяжести	1
Получен конечный ответ для изменения потенциальной энергии системы	2

№ 5

Движение заряженной частицы.

Частица массой $m = 4 \cdot 10^{-10}$ кг с положительным зарядом $q = 10^{-8}$ Кл влетает с начальной скоростью $V = 10$ м/с в область пространства 1 шириной $d = 20$ см, в которой создано однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл. Начальная скорость частицы направлена перпендикулярно границе области 1. После вылета из области 1 частица попадает в непосредственно граничащую с ней протяжённую область 2, в которой создано однородное электростатическое поле напряжённостью $E = 5$ В/м. Направления линий магнитного и электрического полей в областях 1 и 2 показаны на рисунке. На каком расстоянии от точки M попадания в область 1 частица вылетит из неё, двигаясь в противоположном направлении, пройдя области обоих полей?



Решение.

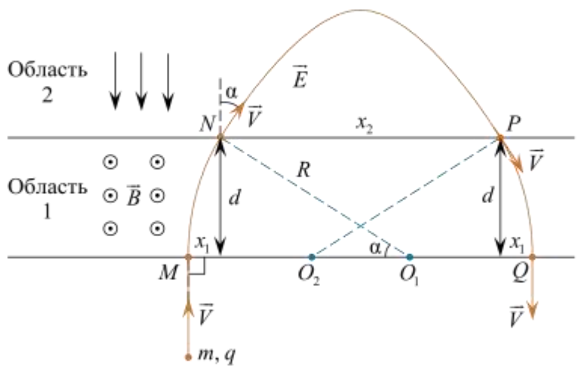
1) После попадания в область 1 частица будет двигаться в ней под действием силы Лоренца с постоянной по модулю скоростью V по дуге окружности с центром O_1. Радиус R этой окружности можно найти из второго закона Ньютона:

$$\frac{mV^2}{R} = qVB, \quad \text{откуда} \quad R = \frac{mV}{qB}.$$

Для определения направления силы Лоренца используем правило левой руки.

2) К моменту пересечения частицей границ областей 1 и 2 (точка N) вектор скорости частицы повернётся — она вылетит из области 1 под углом α причём

$$\sin\alpha = \frac{qBd}{mV} = \frac{10^{-8}\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{Тл} \cdot 0{,}2\ \text{м}}{4 \cdot 10^{-10}\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}} = \frac{1}{2}.$$



Смещение частицы вдоль границы областей 1 и 2 к этому моменту составит

$$x_1 = R(1 - \cos\alpha).$$

3) В области 2 частица будет двигаться в направлении поперёк линий электрического поля с постоянной скоростью $V\sin\alpha$, а вдоль линий этого поля — равно замедленно с ускорением $a = \frac{qE}{m}$. Поэтому частица, двигаясь по параболе, сместится вдоль границы областей 1 и 2 на расстояние

$$x_2 = \frac{2V^2 \sin\alpha\cos\alpha}{a},$$

после чего влетит в точке *P* обратно в область 1 под тем же углом α и с той же скоростью *V*.

4) Следовательно, в области 1 частица будет двигаться в обратном направлении снова вдоль дуги окружности радиусом *R*. Из соображений симметрии ясно, что при этом частица, долетев до точки *Q*, сместится вдоль границы областей 1 и 2 опять на расстояние x_1.

5) Полное смещение *MQ* частицы вдоль границы областей 1 и 2 составит

$$x = 2x_1 + x_2 = 2R(1-\cos\alpha) + \frac{2V^2\sin\alpha\cos\alpha}{a} =$$
$$= \frac{2mV}{q}\left(\frac{1}{B} + \cos\alpha\left(\frac{V\sin\alpha}{E} - \frac{1}{B}\right)\right).$$

Подставляя численные значения, получим ответ:

$$x =$$
$$= \frac{2\cdot 4\cdot 10^{-10}\text{г}\cdot 10\ \text{м/с}}{10^{-8}\ \text{Кл}}\left(\frac{1}{1\ \text{Тл}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{10\ \text{м/с}\cdot 0,5}{5\ \text{В/м}} - \frac{1}{1\ \text{Тл}}\right)\right) =$$
$$= 0,8.$$

Критерии оценки:

Найден радиус окружности движения частицы в магнитном поле	2
Определен угол вылета частицы из магнитного поля	2
Найдено смещение x_1 частицы вдоль границы областей 1 и 2 при вылете из магнитного поля	1
Определено ускорение движения частицы в электрическом поле	1
Найдено смещение частицы x_2 вдоль границы областей 1 и 2 при движении в электрическом поле	2
Определено полное смещение частицы x	1
Получен верный ответ	1