Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.
В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.
Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
10	*Полное верное решение*
8-9	*Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение*
6-7	*Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)*
4-5	*Найдено решение одного из двух возможных случаев*
2-3	*Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение*
0-1	*Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)*
0	*Решение неверное, или отсутствует*

Максимальный балл за всю работу – 50.

№ 1

На прогулке.

Петя договорился встретится с Игорем в парке и на встречу взял с собой пса Шарика. Когда Петя увидел на дорожке парка Игоря, расстояние между ними было L. Он тут же отпустил Шарика, и тот со всех ног бросился к Игорю со скоростью v_0 в 3 раза превышающей скорость сближения ребят. Шарик, добежав до Игоря, некоторое время идет рядом с ним, а затем бросается к своему хозяину. Пройдясь с хозяином, пес снова бежит к его другу, и так несколько раз. За время сближения приятелей Шарик провел возле каждого из них одинаковое время. Общая длина пути, который успел пройти и пробежать пес, равна 2L. Сколько времени Шарик бегал со скоростью v_0, если мальчики встретились через 1 минуту 40 секунд? (Скорости мальчиков считать постоянными все время движения).

Решение:

v_1 – скорость Пети, v_2 – скорость Игоря.

Время встречи мальчиков $T = L/(v_1 + v_2)$. $L = T*(v_1 + v_2)$

Пусть t – время, которое Шарик провел, находясь рядом с каждым мальчиком.

Тогда вместе с Петей и Игорем Шарик прошел часть пути $L_1 = t(v_1 + v_2)$.

Все остальное время $t_1 = T – 2t$ Шарик бегал со скоростью v_0.

За это время он пробежал расстояние $L_2 = (T – 2t)*3*(v_1 + v_2)$.

По условию Шарик пробежал путь $2L = L_1 + L_2$, значит

$2* T*(v_1 + v_2) = t(v_1 + v_2) + (T – 2t)*3*(v_1 + v_2)$.

Отсюда $t = 0,2T$, $t_1 = 0,6T = 60с$.

Критерии оценивания:

Найдена связь между T и L	2
Найдена связь между t и L_1	2
Найдена связь между t_1 и L_2	2
Записано выражение, связывающее разные времена (t = 0,2T)	3

Получен численный ответ	1

№ 2
Металлические шайбы.
Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре 19^{0}С. В этот сосуд быстро, но аккуратно опустили шайбу, изготовленную из металла плотностью 2700 кг/м^3, нагретую до температуры 99^{0}С, и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде стала равна 32,2^{0}С. Затем в точно такой же сосуд, наполненный до краев водой при температуре 19^{0}С, опустили уже две шайбы, нагретые до температуры 99^{0}С, и закрыли крышкой. В этом случае после установления теплового равновесия в сосуде температура воды стала 48,8^{0}С. Чему равна удельная теплоемкость металла, из которого изготовлены шайбы? Плотность воды 1000 кг/м^3, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг*^{0}С).
Решение:
t_0 = 19^{0}C, $t_д$ = 99^{0}C, t_x = 32,2^{0}C, t_y = 48,8^{0}C, ρ_1 = 2700 кг/м^3, ρ_0 = 1000 кг/м^3, c_0 = 4200 Дж/(кг*^{0}С).
Пусть объем сосуда равен V_0, а объем детали, соответственно, V_1.
Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1\rho_1V_1(t_д - t_x) = c_0\rho_0(V_0 - V_1)(t_x - t_0),$$

$$c_1\rho_1 \cdot 2V_1(t_д - t_y) = c_0\rho_0(V_0 - 2V_1)(t_y - t_0).$$

Преобразуем эти выражения:

$$c_1\rho_1V_1\frac{t_д - t_x}{t_x - t_0} + c_0\rho_0V_1 = c_0V_0\rho_0,$$

$$c_1\rho_1(2V_1)\frac{t_д - t_y}{t_y - t_0} + c_0\rho_0(2V_1) = c_0V_0\rho_0.$$

Из равенства правых частей уравнений следует равенство левых частей, на объем V_1 можно сократить:

$$c_1\rho_1\frac{t_д - t_x}{t_x - t_0} + c_0\rho_0 = 2c_1\rho_1\frac{t_д - t_y}{t_y - t_0} + 2c_0\rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0\frac{\rho_0}{\rho_1}\frac{1}{\left(\frac{t_д - t_x}{t_x - t_0} - 2\frac{t_д - t_y}{t_y - t_0}\right)} = 919{,}642 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)} \approx 920 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

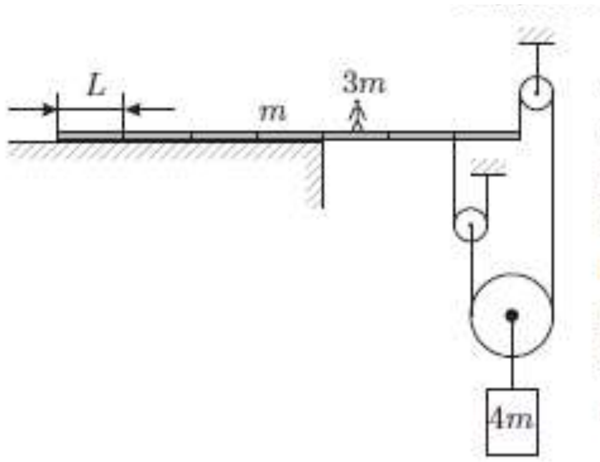
Критерии оценивания:

Записано уравнение теплового баланса (5)	3
Записано уравнение теплового баланса (6)	3
Получено выражение для теплоёмкости c_1	3
Получен числовой ответ	1

№ 3

Опасная затея

Доска массой m лежит, выступая на 3/7 своей длины, на краю обрыва. Длина одной седьмой части доски L = 1 м. К свисающему краю доски с помощью невесомых блоков и нитей (рис. 1) прикреплён противовес, имеющий массу $4m$. На каком расстоянии от края обрыва на доске может стоять человек массой $3m$, чтобы доска оставалась горизонтальной?

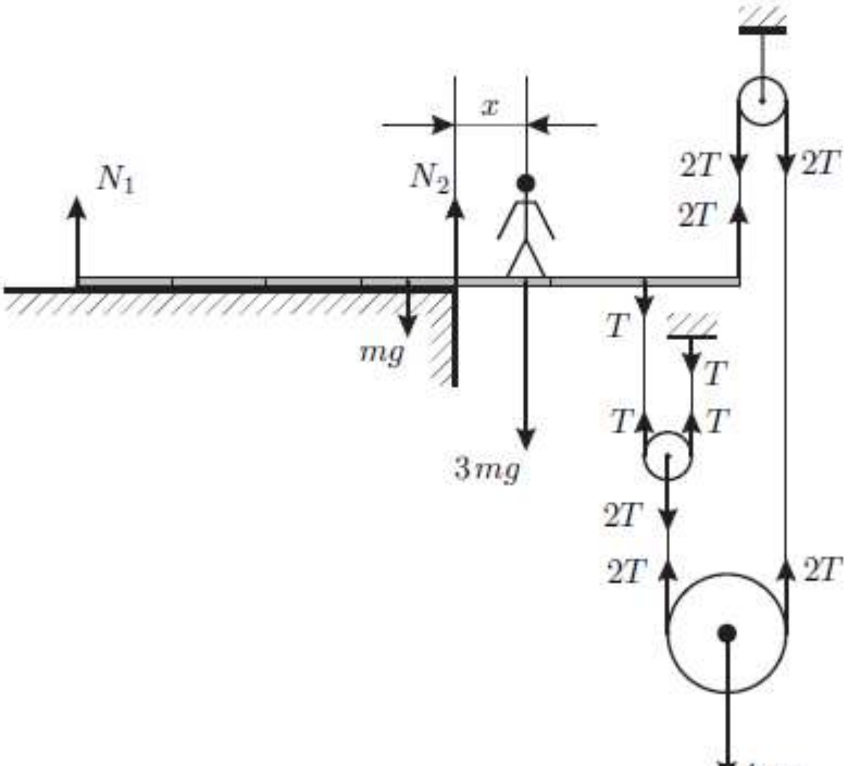


Решение:

Из невесомости блоков и нитей найдём связь между силами натяжения нитей (см. рис). Заметим, что равновесие может нарушиться как при опрокидывании доски относительно края обрыва, так и при подъеме правого конца вверх. Расставим силы, действующие на доску и в системе. Из условия равновесия нижнего блока $4T = 4mg$, или $T = mg$. Рассмотрим случай, когда доска опрокидывается влево (правый конец идёт вверх), тогда сила реакции опоры приложена к левому концу доки (N_1 на рис.). Запишем правило моментов для сил, приложенных к левому концу доски, относительно этой точки:

$$mg\frac{7L}{2} + 3mg(4L + x_1) + T \cdot 6L = 2T \cdot 7L, \quad \text{откуда} \quad x_1 = -\frac{5L}{2} < 0,$$

То есть человек может на 2,5 м зайти от края обрыва влево.



Теперь рассмотрим случай, когда доска опрокидывается вправо (правый конец идет вниз), тогда сила реакции опоры приложена к точке, находящейся на расстоянии $4L$ от левого конца доски (N_2 на рис.). Запишем правило моментов сил, приложенных к доске, относительно этой точки:

$$mg\frac{L}{2} + 2T \cdot 3L = 3mgx_2 + T \cdot 2L, \quad \text{откуда} \quad x_2 = \frac{3L}{2} > 0,$$

то есть человек может на 1,5 м выйти вправо за край обрыва. При нахождении человека между этими крайними точками система будет в равновесии, а сила реакции опоры N будет приложена где-то между рассмотренными крайними положениями.

Критерии оценивания:

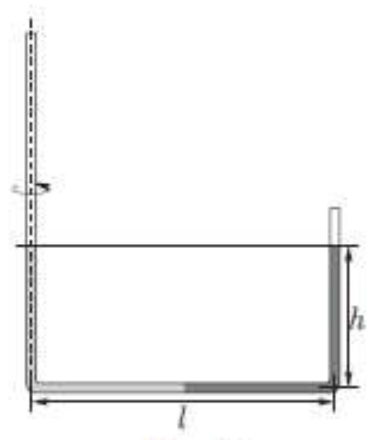
Указаны все силы (кроме силы реакции опоры), действующие на доску, и их точки приложения	1
Найдены силы натяжения нитей	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски поднимается	1,5
Записано правило моментов для первого случая	1,5
Найдено расстояние x_1	1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски опускается	1,5
Записано правило моментов для второго случая	1,5
Найдено расстояние x_2	1

№ 4

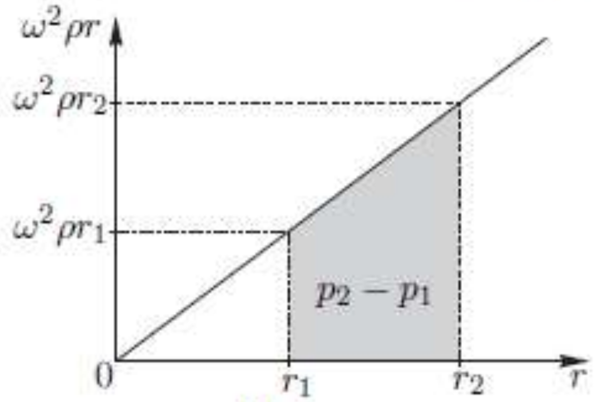
Вода и ртуть

В тонкой U-образной трубке постоянного сечения находится вода и ртуть одинаковых объемов. Длина горизонтальной части трубки l = 40 см. Трубку раскрутили вокруг колена с водой (см. рис),
и оказалось, что уровни жидкостей в трубке одинаковы и равны h =25 см. Пренебрегая эффектом смачивания, определите период T вращения трубки.

Справочные данные: ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2; плотность воды и ртути равны $\rho_в$ = 1,0 г/см^3 $\rho_р$ =13,5 г/см^3 соответственно.



Решение:



Найдём изменение давления в горизонтальной части трубки. Для этого запишем уравнение движения малого элемента жидкости длиной Δr, находящегося на расстоянии r от оси вращения:

$$a_{цс}\rho S\Delta r = \omega^2 r\rho S\Delta r = S\Delta p,$$

где ω – угловая скорость вращения трубки, Δp – перепад давления на концах малого элемента жидкости длиной Δr. При вычислении разности давлений на концах горизонтального участка трубки (заштрихованная площадь под графиком (см. рис.)) получим:

$$p_2 - p_1 = \omega^2\rho(r_2 - r_1) \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} = \omega^2\rho\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}.$$

Перепад давлений между правым и левым коленом равен сумме перепадов давлений в горизонтальной части трубки, заполненной водой и ртутью:

$$p_2 - p_1 = \omega^2\rho_{\text{в}}\frac{(l/2)^2 - 0}{2} + \omega^2\rho_{\text{р}}\frac{l^2 - (l/2)^2}{2} = (3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}})\frac{\omega^2 l^2}{8}.$$

Этот перепад давлений и поддерживает разность давлений вертикальных столбов воды и ртути:

$$(3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}})\frac{\omega^2 l^2}{8} = \rho_{\text{р}}gh - \rho_{\text{в}}gh,$$

откуда $\omega = \sqrt{\frac{8gh}{l^2}\cdot\frac{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}}$. Период вращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}}\cdot\sqrt{\frac{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}} \approx 1{,}0 \text{ с}.$$

Критерии оценивания:

Найден период давлений на концах малого элемента жидкости Δr	2
Указано, как найти разность давлений на горизонтальном участке (график или интегрирование)	1
Найдена разность давлений на горизонтальном участке (7)	1
Посчитан перепад давлений для ртути в горизонтальном участке (8)	1
Посчитан перепад давлений для воды в горизонтальном участке (8)	1
Записано выражение (9)	2
Получен ответ для периода в общем виде	1
Получен численный ответ для периода	1

№ 5

Эквивалентная схема

Приведена блок-схема регулируемого источника постоянного тока (рис. 5). Идеальная батарея, обеспечивающая постоянное напряжение U_0, защищена от короткого замыкания резистором, сопротивление которого r. Выходное напряжение задается резистором сопротивлением R. К выходным разъемам А и В подключают нагрузку, сопротивление которой $R_н$.

Для упрощения расчета силы тока, текущего через нагрузку $R_н$, схему регулируемого источника принято представлять в виде эквивалентной схемы (рис. 6), обеспечивающей такую же силу тока, текущего через нагрузку, как и реальный источник (рис. 5). Выразите напряжение U_1 и сопротивление r_1 эквивалентной схемы через параметры (U_0, R и r) источника.

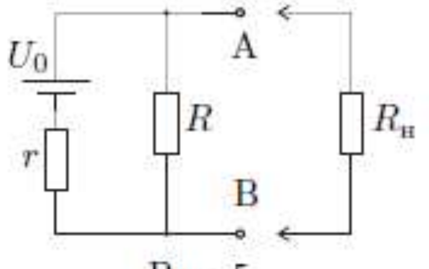


Рис. 5

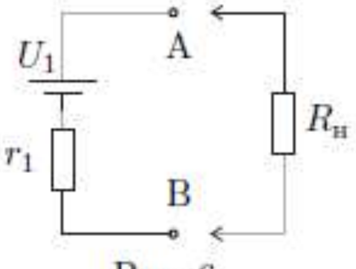


Рис. 6

Решение:

Первое решение

Найдём напряжение U_{AB} на разъёмах регулируемого источника в зависимости от силы тока I, текущего через нагрузку (см. рис.):

$$U_{AB} = U_0 - I_0 r = I'R.$$

Учитывая, что $I_0 = I + I'$, можно выразить I':

$$U_0 - (I + I')r = I'R, \quad \text{откуда} \quad I' = \frac{U_0 - Ir}{R + r}.$$

Значит,

$$U_{AB} = I'R = U_0\frac{R}{R+r} - I\frac{Rr}{R+r}.$$

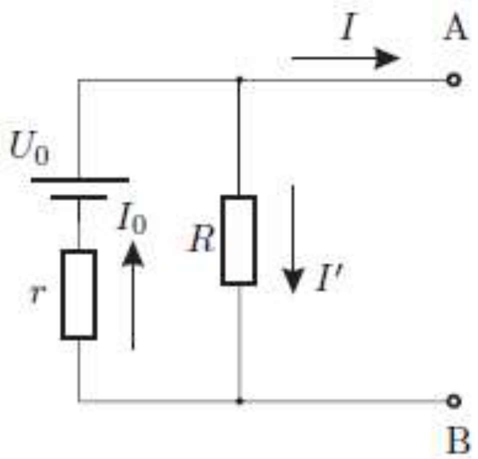


Рис. 23

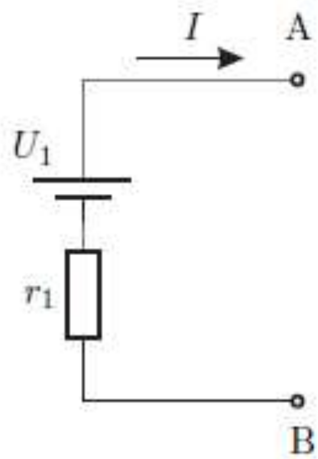


Рис. 24

Для эквивалентной схемы (рис. 24):

$$U_{AB} = U_1 - Ir_1.$$

Чтобы при любом значении I формулы (4) и (5) давали одинаковый результат, необходимо

$$U_1 = U_0\frac{R}{R+r}, \qquad r_1 = \frac{Rr}{R+r}.$$

Примечание. При решении этой задачи можно сравнивать не только напряжение на разъемах источника, но и силу тока через нагрузку, взяв в качестве параметра, например, сопротивление нагрузки.

<u>Второе решение</u>

Напряжение U_1 эквивалентной схемы есть показания вольтметра, подключенного к выводам A и B. Так что по условию схемы эквивалентны, при подключении к исходной схеме вольтметр показывает то же самое:

$$U_1 = U_0\frac{R}{R+r}.$$

При коротком замыкании между выводами A и B исходной схемы течет ток силой $I_{к.з.} = U_0/r$. При коротком замыкании выводов эквивалентной схемы сила тока должна быть такой же, причем ток течёт только через резистор r_1, поэтому:

$$r_1 = \frac{U_1}{I_{\text{к.з.}}} = r \cdot \frac{U_1}{U_0} = \frac{Rr}{R+r}.$$

Критерии оценивания:

Первое решение:

Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для исходной схемы	3
Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для эквивалентной схемы	1
В работе присутствует идея, что при любых значениях параметра выражения (4) и (5) должны давать одинаковый результат	2
Указано, какие именно величины должны быть равными, чтобы при любых значениях параметра выражения (4) и (5) давали одинаковый результат	2
Найдено U_1	1
Найдено r_1	1

Второе решение:

Указано, что при подключении вольтметра к разным схемам должно быть одинаковое напряжение	2
Найдено U_1	2
Указано, что сила тока короткого замыкания одинакова	2
Найдена сила тока КЗ для исходной схемы	1
Найдена сила тока КЗ для эквивалентной схемы	1
Найдено r_1	2