Критерии оценивания выполнения олимпиадных заданий по математике

Решение каждого задания оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Общая оценка за весь этап получается суммированием баллов по каждому из заданий. Максимальное количество баллов за муниципальный этап – 35. Альтернативные способы решения задачи, не учтенные составителями задач в рекомендациях, при условии их правильности и корректности также оцениваются в полной мере. Ниже представлена общая схема оценивания решений.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Выставление премиальных баллов (оценка за задание более 7 баллов) на муниципальном этапе не допускается.

Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты.

Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

Баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов.

Ответы и решения.

Задание 1.

В подземелье у гномов в один ряд стоят 2016 сундуков с сокровищами: некоторые из них закрыты, некоторые – открыты. Гном по имени Открывай проходит вдоль ряда и открывает каждый сундук, который до этого был закрыт. Затем гном по имени Закрывай подходит к каждому второму сундуку и , если он открыт, закрывает его. Потом гном Открывай подходит к каждому третьему сундуку, и если он закрыт, открывает его. Затем гном Закрывай подходит к каждому четвёртому сундуку и, если он открыт, закрывает его и так далее. Всего гномы Закрывай и Открывай сделали 2016 проходов вдоль ряда. Сколько сундуков окажутся после всего этого закрытыми?

Ответ: 1008.

Решение.

Поскольку все нечётные сундуки после первого прохода были открытыми, а гном Закрывай к ним не прикасается, то они останутся открытыми. А четные сундуки гном Закрывай, интересующийся только сундуками с четными номерами, все закроет, так как их он посетит последним. Таким образом, ответом на вопрос задачи будет количество чётных чисел в наборе 1,2,3,…2016.

Задание 2.

В десятичной записи натурального числа, состоящей только из цифр 4 и 5, количество цифр 5 нечетно и на 17 больше количества цифр 4. Найдите все возможные остатки от деления этого число на 9.

Ответ: 4.

Решение.

Пусть N – натуральное число из условия задачи. Из условия вытекает, что количество четвёрок в числе N равно 2m, а количество пятёрок равно 2m+17. Так как сумма цифр числа N равна $4\cdot 2m + 5(2m+17)=18m+5\cdot 17$, а остаток при делении на 9 натурального числа равен остатку при делении на 9 суммы его цифр, то этот остаток равен остатку от деления на 9 числа $5\cdot 17=85$. При делении в остатке получается 4.

Задание 3.

Найти углы треугольника, если известно, что середина одной из его биссектрис является серединой отрезка, соединяющего основания высоты и медианы, проведенных из двух других вершин треугольника.

***Ответ**:60^0, 60^0, 60^0.*

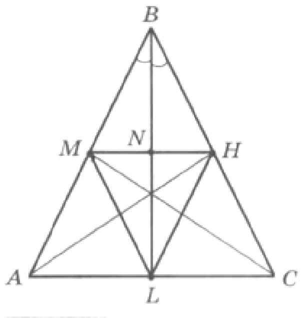

Рис.1.

Решение.

Пусть N – середина биссектрисы BL , AH и CM соответственно высота и медиана треугольника ABC (рис.1). Тогда BMLH – параллелограмм (диагонали делятся точкой пересечения пополам). Прямая, проходящая через середину стороны, параллельной основанию треугольника, является средней линией. Поэтому ML – средняя линия треугольника BAC, то есть точка L – середина AC. Тогда и LH – средняя линия треугольника ABC.

Значит, биссектриса BL и высота AH являются также медианами треугольника ABC. Следовательно, AB=BC, BA=AC и треугольник ABC –равносторонний.

Задание 4.

Назовем «Слонопотамом» такую шахматную фигуру, которая может ходить и как слон, и как конь, причем, если слонопотам сделал ход как конь, то следующим ходом он должен пойти как слон; если же он сделал ход как слон, то следующим ходом он должен пойти как конь. Может ли слонопотам обойти клетки доски 5х5, побывав на каждой клетке ровно по одному разу, и при этом закончить обход на клетке, соседней по стороне с клеткой начала обхода? (Слон в шахматах ходит только по диагонали**.** Линии перемещения — линия из клеток одного цвета, расположенных наискосок. Конь в шахматах ходит буквой «Г»: сначала движется на две клетки в одном направлении – вверх, вниз, вправо или влево, – а затем поворачивает на одну клетку вбок, под прямым углом).

***Ответ**: не может.*

Решение.

Рассмотрим шахматную раскраску нашей доски. Заметим, что после хода как слон слонопотам попадает в клетку того же цвета, а после хода как конь слонопотам попадает в клетку другого цвета. Пусть для определенности слонопотам начинает обход с черной клетки. Возможны два случая. Если слонопотам начинает ходить как слон, то цвета клеток будут меняться следующим образом: ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч.

Если же слонопотам начинает ходить как конь, то цвета клеток будут меняться следующим образом: ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б – ч – ч – б – б –ч – ч – б – б – ч –ч – б – б – ч – ч.
И в том и в другом случае слонопотам должен закончить путь в клетке того же цвета, что и клетка начала обхода. А так как соседние клетки имеют разные цвета, то закончить обход в соседней клетке слонопотам не сможет.

Задание 5.

Маша и Саша играют в следующую игру. У них есть две коробки с жетонами. В одной из них лежат 20 жетонов, а в другой – 100 жетонов. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой коробки один жетон, либо взять из любой коробки 2 жетона. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Маша ходит первой. Сможет ли Маша выиграть в этой игре независимо от ходов Саши?

Ответ. Маша может выиграть при определенной стратегии игры.

Решение.

Маша выиграет, если после ее хода в коробках не останется жетонов. Опишем выигрышную стратегию Маши. Первым ходом она берет из второй коробки 2 жетона, а дальше добивается того, чтобы после каждого её хода разность количества жетонов в коробках делилась на 3. Тогда после каждого хода Саши разность количества жетонов в коробках не будет делиться на 3 (в частности, число жетонов в коробках будет разным), поскольку она будет меняться на 1 или на 2.

Покажем, как Маше добиться того, чтобы после каждого её хода разность количества жетонов в коробках делилась на 3. После первого её хода разность равна 98 – 20=78 . Пусть после хода Саши в коробках осталось a и b жетонов ($a > b$, $a - b = 3k + d$, $d = 1$ или $d = 2$). Тогда Маше достаточно взять d жетонов из любой коробки. А так как суммарное число жетонов в коробках после каждого хода уменьшается, то после какого-то хода Маши в обеих коробках не останется жетонов и она выиграет.