

Ключи ответов

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 10.

В исключительных случаях допускаются оценки, кратные 0,5 балла.

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

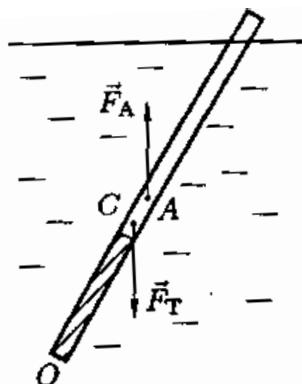
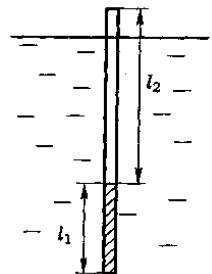
Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8-9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
6-7	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические)
5-6	Найдено решение одного из двух возможных случаев
3-4	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
1-2	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Максимальный балл за работу – 50.

Задача 1. Стержень в воде

Тонкий стержень постоянного сечения состоит из двух частей. Первая из них имеет длину 10 см и плотность 1,5 г/см³, вторая – плотность 0,5 г/см³. При какой длине второй части стержня он будет плавать в воде (плотность воды 1 г/см³) в вертикальном положении?

Решение:



Пусть S – площадь сечения стержня. Вес воды в объёме стержня:

$$P = \rho_0(l_1 + l_2)gS.$$

Вес стержня:

$$P_0 = (\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2)gS.$$

Стержень не будет тонуть, если $P > P_0$, откуда находим:

$$l_2 > l_1 = 10 \text{ см}.$$

Рис. 28

Для того, чтобы стержень плавал вертикально, необходимо, чтобы при малом наклоне стержня возникла врачающий момент, стремящийся вернуть его в вертикальное положение. Это возможно, если точка приложения силы Архимеда \vec{F}_A находится выше точки приложения силы тяжести \vec{F}_T , то есть геометрический центр A погруженной части расположен выше центра тяжести C стержня (рис. 28). Это условие можно представить в виде:

$$OA > OC. \quad (14)$$

Обозначим за L глубину подводной части стержня. Тогда:

$$L = \frac{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2}{\rho_0} = \frac{3}{2}l_1 + \frac{1}{2}l_2,$$

$$OA = \frac{L}{2} = \frac{1}{4}(3l_1 + l_2).$$

По определению расстояние от точки O до центра масс равно:

$$OC = \frac{\rho_1 l_1 (l_1/2) + \rho_2 l_2 (l_1 + l_2/2)}{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2} = \frac{3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2}{2(3l_1 + l_2)}.$$

В этих обозначениях условие (14) примет вид:

$$(3l_1 + l_2)^2 > 2(3l_1^2 + 2l_1 l_2 + l_2^2),$$

$$3l_1^2 + 2l_1 l_2 - l_2^2 < 0.$$

С учётом того, что $l_2 > 0$, получаем ограничение сверху:

$$l_2 < 3l_1 = 30 \text{ см}.$$

Окончательный ответ $10 \text{ см} < l_2 < 30 \text{ см}$.

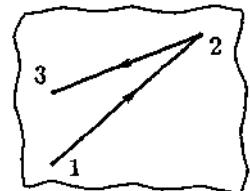
Критерии оценивания:

Найдена минимальная длина l_2 , при которой стержень не тонет	3
Записано условие устойчивости плавания стержня	1
Получено выражение для расстояния ОА	2
Найдено расстояние от точки О до центра масс	2
Решено неравенство относительно l_2	1
Приведен окончательный ответ	1

Задача 2. Оси координат.

На старой рукописи изображен процесс $1 - 2 - 3$, совершенный с одним молем азота. Состояние 1 и 3 лежат на одной изохоре. В процессах $1 - 2$ и $2 - 3$ объем газа изменяется на ΔV . Количество теплоты, подведенное в процессе $1 - 2 - 3$ к азоту, равно нулю. Определите, на каком расстоянии (в единицах объема) от оси p (давлений) находится изохора, проходящая через точки 1 и 3.

Решение:



Внутренняя энергия газа является функцией состояния, поэтому её изменение в процессе $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ равно:

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} = \nu C_V (T_3 - T_1) = \frac{C_V}{R} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = \frac{C_V}{R} (p_3 - p_1) V_1.$$

Работа, совершенная над газом в процессе $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, численно равна площади треугольника $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$:

$$A_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} = -\frac{(p_3 - p_1) \Delta V}{2}.$$

По первому закону термодинамики:

$$A_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} + \Delta U_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} = Q_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} = 0.$$

Отсюда следует, что:

$$-\frac{(p_3 - p_1) \Delta V}{2} + \frac{C_V}{R} (p_3 - p_1) V_1 = 0.$$

С учётом того, что для азота $C_V = 5R/2$, мы получаем:

$$5V_1 = \Delta V, \quad \text{или} \quad V_1 = \Delta V/5.$$

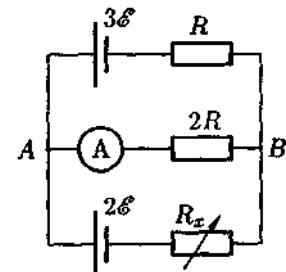
Это и есть искомое расстояние от оси p (давлений) до изохоры $1 \rightarrow 3$.

Критерии оценивания:

Записано выражение для изменения внутренней энергии	3
Записано выражение для работы, совершенной над газом	3
Записан первый закон термодинамики	1
Найдено расстояние от оси р (давлений) до изохоры 1 – 3.	3

Задача 3. Переменный резистор.

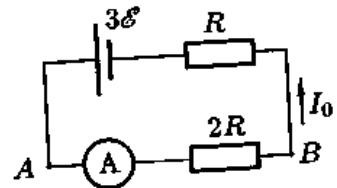
В электрической цепи ЭДС батареек равны $3\mathcal{E}$ и $2\mathcal{E}$, а сопротивления резисторов $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_x = 3R$. На сколько процентов изменится сила тока, проходящая через амперметр, если сопротивление переменного резистора R_x увеличить на 5%?



Решение:

Мысленно отсоединим часть цепи, содержащую батарейку с ЭДС $2E$. Тогда сила тока, протекающая через оставшийся контур (см рис), будет равна:

$$I_0 = \frac{3\mathcal{E}}{R + 2R} = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$



Найдем разность потенциалов между точками А и В:

$$\varphi_A - \varphi_B = 3\mathcal{E} - I_0 R = 3\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R} R = 2\mathcal{E}.$$

Поскольку ЭДС $2\mathcal{E}$ в точности равна разности потенциалов ($\varphi_A - \varphi_B$), то подключение этой батареи к зажимам А и В не изменит разность потенциалов, и в этой ветви сила тока будет равна нулю:

$$(\varphi_A - \varphi_B) - 2\mathcal{E} = 0 = I_2 R_x.$$

Следовательно, изменение сопротивления резистора R_x не повлияет на силу тока, проходящего через амперметр.

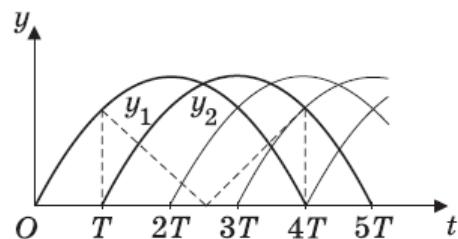
Критерии оценивания:

Найдена разность потенциалов	6
Отмечено, что $(\varphi_A - \varphi_B) = 2E$	2
Сделан вывод, что сила тока не зависит от сопротивления переменного резистора	2

Задача 4. Жонглер.

Жонглер бросает шарики вертикально вверх с одинаковой скоростью через равные промежутки времени. При этом пятый шарик он бросает в тот момент времени, когда первый возвращается в точку бросания. Найти максимальное расстояние между первым и вторым шариками, если начальная скорость шариков 5 м/с. Ускорение свободного падения 10 м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Зависимости координат первого и второго шариков от времени описываются уравнениями: $y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, $y_2 = v_0(t - T) - \frac{g(t - T)^2}{2}$, где T — промежуток времени



между бросаниями шариков. Время полета каждого из шариков $t_0 = \frac{2v_0}{g}$, поэтому $T = \frac{t_0}{4} = \frac{v_0}{2g}$, причем первый и второй шарики находятся в полете одновременно при $T \leq t \leq 4T$ (см. рисунок, на котором сплошными линиями изображены зависимости координат шариков от времени). Расстояние между первым и вторым шариками $S = |y_1 - y_2| = \left| v_0 T + \frac{gT^2}{2} - gTt \right|$.

График зависимости этой величины от времени изображен на рисунке штриховой линией. Анализ последнего выражения показывает, что оно достигает максимума при $t = T$ и при $t = 4T$, т. е. в момент бросания второго шарика и в момент возвращения первого шарика в исходную точку. Подставляя в выражение для расстояния между шариками одно из этих значений времени, получаем:

$$S_{\max} = \frac{3v_0^2}{8g} \approx 0,94 \text{ м.}$$

Ответ. $S_{\max} \approx 0,94 \text{ м.}$

Критерии оценивания:

Записаны уравнения движения 1 и 2 шариков	2
Определено время полета каждого шарика	2
Определен промежуток времени между бросанием шариков	2
Записана формула для расстояния шариков	2
Получен правильный ответ	2

Задача 5. Кубик льда.

В цилиндрическом сосуде с площадью основания 11 см^2 находится кубик льда массой 11г при температуре -10°C . Какое минимальное количество теплоты нужно сообщить льду для того, чтобы при дальнейшем нагревании уровень воды в сосуде не изменялся? Удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $330000 \text{ Дж}/\text{кг}$, плотность льда $900 \text{ кг}/\text{м}^3$. При расчете принять, что при плавлении кусок льда сохраняет форму куба.

Решение. Уровень воды в сосуде будет подниматься до момента всплытия льда. После этого, пока весь лед не растает, уровень воды будет находиться на одной и той же высоте h , которая определяется объемом воды, образовавшейся из всего растаявшего льда: $h = \frac{m}{S\rho_{\text{в}}}$. Здесь $\rho_{\text{в}}$ — плотность

воды. С другой стороны, лед всплынет, когда глубина подводной части кубика станет равной h . Из условия плавания частично растаявшего кубика $\rho_{\text{л}}a^3g = \rho_{\text{в}}a^2hg$ находим длину его ребра: $a = \frac{h\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} = \frac{m}{S\rho_{\text{л}}}$. Отсюда масса на-

чавшего плавать кубика $m' = \rho_{\text{л}}a^3 = \frac{m^3}{\rho_{\text{л}}^2 S^3}$. Таким образом, для того чтобы кубик всплыл, нужно, чтобы растаяла масса льда $m_x = m - m' = m - \frac{m^3}{\rho_{\text{л}}^2 S^3}$.

Для этого требуется количество теплоты $Q = mc|t| + \lambda m_x$. Объединяя записанные выражения, получаем: $Q = mc|t| + \lambda m \left(1 - \frac{m^2}{\rho_{\text{л}}^2 S^3}\right) \approx 3,5 \text{ кДж}$.

Ответ. $Q \approx 3,5 \text{ кДж}$.

Критерии оценивания:

Указано условие, при котором не изменяется уровень воды	2
Определена высота уровня воды в сосуде	2
Найдена длина ребра частично растаявшего кубика	2
Определена масса растаявшего льда	2
Определено минимальное количество теплоты	2